

Cena 15,43 zł
(VAT 8%)

Indeks 371262
e-ISSN 2657-9545
ISSN 0033-2372

GŁÓWNY URZĄD STATYSTYCZNY
STATISTICS POLAND

PRZEGLĄD STATYSTYCZNY

STATISTICAL REVIEW

TOM 66

2

2019



Informacje dla nadsyłających materiały do druku w *Przeglądzie Statystycznym*

1. *Przegląd Statystyczny* publikuje artykuły naukowe z zakresu statystyki, ekonometrii i innych dyscyplin stosujących metody ilościowe do badania zjawisk ekonomicznych. Nadsyłane prace powinny zawierać istotne przyczynki teoretyczne lub ciekawe zastosowania empiryczne. Szczególnie oczekiwane są artykuły związane z badaniami prowadzonymi w ramach realizacji projektów badawczych. Publikowane są ponadto recenzje książek, sprawozdania z życia naukowego środowiska statystyków i ekonometryków, a także opracowania zawierające oryginalne propozycje z zakresu dydaktyki statystyki i ekonometrii.
2. Od 1 maja 2019 r. redakcja przyjmuje tylko artykuły napisane w języku angielskim. Autor powinien nadesłać oryginalny tekst angielski starannie opracowany pod względem językowym.
3. Maszynopis o objętości nieprzekraczającej 20 stron (wraz z tablicami i wykresami; napisany z użyciem czcionki Times New Roman o wielkości 12 pkt, z odstępami 1,5 wiersza, z zachowaniem marginesów o wielkości 2,5 cm) powinien być składany poprzez platformę redakcyjną czasopisma na stronie: <http://www.editorialsystem.com/pst/>.
4. Informujemy, że w procesie recenzowania nadsyłanych opracowań będzie zachowana podwójna anonimowość. W związku z tym artykuł powinien być przesłany w wersji anonimowej, a wszelkie informacje identyfikacyjne powinny zostać usunięte.
5. Na początku artykułu należy umieścić tytuł i streszczenie pracy w języku angielskim (nieprzekraczające 200 wyrazów) oraz słowa kluczowe i kody JEL.
6. Jeżeli praca jest podzielona na części, powinny być one ponumerowane cyframi arabskimi. Należy stosować numerację ciągłą dla tablic i wykresów (oznaczone jako tablica 1, tablica 2, itd., rysunek 1, rysunek 2, itd.).
7. Cytowana literatura powinna być uporządkowana alfabetycznie (w tytułach w języku angielskim pierwsze litery wyrazu wielkie), np.
Bauwens L., Laurent S., Rombouts J. V. K., (2006), Multivariate GARCH Models: A Survey, *Journal of Applied Econometrics*, 21(1), 79–110.
Brockwell P. J., Davis R. A., (1996), *Introduction to Time Series and Forecasting*, Springer-Verlag, New York.
W tekście należy stosować przypisy harwardzkie. Na przykład:
The problem has been described in Granger (1969) and Brockwell and Davis (1996). This topic was discussed in numerous literature (Granger, 1969; Brockwell and Davis, 1996; Bauwens et al., 2006).
8. W artykułach przyjętych do druku prosimy o podanie w odsyłaczu do nazwiska (na początku artykułu) informacji o afiliacji autorów (nazwy instytucji, wydziału, katedry, adresu pocztowego), numerów ORCID oraz adresu e-mail autora prowadzącego korespondencję. Jeżeli artykuł jest efektem realizacji projektu badawczego, to o fakcie tym należy poinformować w odsyłaczu do tytułu opracowania, podając numer i tytuł projektu.
9. Autorzy przyjętych do druku prac zobowiązani są nadesłać zeskanowane oświadczenia o oryginalności artykułu i wkładzie poszczególnych autorów w opracowanie publikacji oraz przeniesieniu autorskich praw majątkowych.
10. Zgłoszenie artykułu do *Przeglądu Statystycznego* oznacza, w przypadku przyjęcia artykułu do druku, zgodę autora na jego publikację na stronie internetowej czasopisma oraz w bazach czasopism, w których uwzględniony jest *Przegląd Statystyczny*.
11. Opracowania nieodpowiadające podanym wymogom nie będą rozpatrywane.

Artykuły naukowe należy przysyłać wyłącznie za pomocą platformy redakcyjnej Editorial System dostępnej pod adresem <http://www.editorialsystem.com/pst/>



GŁÓWNY URZĄD STATYSTYCZNY
STATISTICS POLAND

PRZEGLĄD STATYSTYCZNY

STATISTICAL REVIEW

TOM 66

2

2019

WARSZAWA 2019

RADA PROGRAMOWA / ADVISORY BOARD

Krzysztof Jajuga (Przewodniczący/Chairman) – Wrocław University of Economics (Poland), Andrzej S. Barczak – University of Economics in Katowice (Poland), Czesław Domański – University of Łódź (Poland), Marek Gruszczyński – Warsaw School of Economics (Poland), Tadeusz Kufel – Nicolaus Copernicus University in Toruń (Poland), Igor G. Mantsurov – Kyiv National Economic University (Ukraine), Jacek Osiewalski – Cracow University of Economics (Poland), D. Stephen G. Pollock – University of Leicester (United Kingdom), Jaroslav Ramík – Silesian University in Opava (Czech Republic), Dominik Rozkrut – Statistics Poland (Poland), Sven Schreiber – Institut für Makroökonomie und Konjunkturforschung, Hans-Böckler-Stiftung (Germany), Peter Summers – High Point University (United States of America), Miroslaw Szreder – University of Gdańsk (Poland), Matti Virén – University of Turku (Finland), Aleksander Welfe – University of Łódź (Poland), Janusz Wywiat – University of Economics in Katowice (Poland)

KOMITET REDAKCYJNY / EDITORIAL BOARD

Redaktor naczelny / Editor-in-Chief: Paweł Miłobędzki (University of Gdańsk, Poland)
Zastępca redaktora naczelnego / Deputy Editor-in-Chief: Marek Walesiak (Wrocław University of Economics, Poland)
Redaktorzy tematyczni / Co-Editors: Piotr Fiszeder (Nicolaus Copernicus University in Toruń, Poland), Maciej Nowak (University of Economics in Katowice, Poland), Emilia Tomczyk (Warsaw School of Economics, Poland)
Sekretarz naukowy / Managing Editor: Dorota Ciołek (University of Gdańsk, Poland)

ADRES REDAKCJI / EDITORIAL OFFICE

Uniwersytet Gdański, ul. Armii Krajowej 101, 81-824 Sopot

Redakcja językowa / Language editing: Wydział Czasopism Naukowych, Główny Urząd Statystyczny

Strona internetowa / Website: ps.stat.gov.pl

© Copyright by Główny Urząd Statystyczny / Statistics Poland

ISSN 0033-2372

e-ISSN 2657-9545

Indeks 371262



Zakład Wydawnictw
Statystycznych

ZAKŁAD WYDAWNICTW STATYSTYCZNYCH
al. Niepodległości 208, 00-925 Warszawa, tel. 22 608 31 45.
Andrzej Paluchowski (redaktor techniczny), Katarzyna Szymańska (skład i łamanie)

Informacje w sprawie sprzedaży czasopisma tel.: 22 608 32 10, 22 608 38 10

SPIS TREŚCI

<i>Alina Jędrzejczak, Dorota Pekasiewicz</i> – Analiza nierówności dochodowych i ubóstwa w Polsce w gospodarstwach domowych z dziećmi	105
<i>Dorota Witkowska, Krzysztof Kompa</i> – Opieka nad dziećmi i osobami starszymi a wynagrodzenia pracowników w Polsce	125
<i>Emil Panek</i> – O pewnej wersji twierdzenia o wielopasmowej magistrali w niestacjonarnej gospodarce Gale'a	142

IN MEMORIAM

<i>Józef Biolik</i> – Wspomnienie o profesorze Andrzeju Stanisławie Barczaku	157
<i>Antoni Smoluk</i> – „Chłopiec z papierosami”, czyli Andrzej Stanisław Barczak (1939–2019)	165

SPRAWOZDANIA

<i>Czesław Domański</i> – Sprawozdanie z II Kongresu Statystyki Polskiej	170
--	------------

CONTENTS

<i>Alina Jędrzejczak, Dorota Pekasiewicz</i> – The analysis of income inequality and poverty in Polish households with children	105
<i>Dorota Witkowska, Krzysztof Kompa</i> – Childcare and eldercare and Polish employees' remunerations	125
Emil Panek – On a certain version of the multilane turnpike theorem in Gale's non-stationary economy	142

IN MEMORIAM

<i>Józef Biolik</i> – Memories of professor Andrzej Stanisław Barczak	157
<i>Antoni Smoluk</i> – "The boy with cigarettes", that is Andrzej Stanisław Barczak (1939-2019)	165

REPORTS

Czesław Domański – Report from the Second Congress of Polish Statistics	170
---	------------

Alina JĘDRZEJCZAK¹
Dorota PEKASIEWICZ²

Analiza nierówności dochodowych i ubóstwa w Polsce w gospodarstwach domowych z dziećmi

Streszczenie. Celem artykułu jest porównanie nierówności dochodowych i ubóstwa w Polsce w różnych typach gospodarstw domowych wyodrębnionych ze względu na liczbę dzieci w rodzinie oraz analiza zmian jakie zaszły w 2016 roku w porównaniu z latami 2014 i 2015. Rok 2016 był szczególnie ze względu na realizację programu „Rodzina 500+”, który wpłynął na wzrost dochodów w niektórych typach rodzin. W analizach wykorzystano dane z badania budżetów gospodarstw domowych prowadzonego przez Główny Urząd Statystyczny. Skoncentrowano się na badaniach nierówności rozkładów, analizując także zjawisko ubóstwa w różnych grupach gospodarstw domowych w latach 2014–2016. W tym celu oszacowano współczynniki Giniego i Zengi oraz wskaźniki zróżnicowania skrajnych części rozkładu. Obliczenia wskaźnika zagrożenia ubóstwem, indeksu luki dochodowej oraz kwadratu luki dochodowej pozwoliły wnioskować o zasięgu, głębokości i dotkliwości ubóstwa. Z przeprowadzonych badań wynika, że w 2016 r. nastąpił spadek nierówności dochodów oraz spadek wskaźników ubóstwa, szczególnie w grupach rodzin wielodzietnych. Był to wynik wzrostu średnich dochodów w tych grupach, zmniejszenia się nierówności wewnątrz grup i spadku dysproporcji pomiędzy grupami gospodarstw domowych.

Słowa kluczowe: dochód, nierówności, ubóstwo, indeks Giniego, indeks Zengi, program „Rodzina 500+”

Analysis of income inequality and poverty in Poland for households with children

Abstract. The aim of the paper is to compare income inequalities and the level of poverty in Polish households classified into various types according to the number of children per household, and to analyse the changes in income inequalities in 2016 compared to those of 2014 and 2015. The year 2016 was special because of the launch of “Family 500+” child benefit programme, which contributed to the growth of income in certain types of families. The research has been based on the microdata collected in the framework of the household budget survey by Statistics Poland. It focused on examining the inequality in income distribution, at the same time analysing the poverty phenomenon in various types of households in the period 2014–2016. For this purpose, Gini and Zenga inequality indices and the extremal groups dispersion ratio were estimated. The calculated at-risk-of-poverty rate along with the poverty gap and poverty severity indices made it possible to assess the intensity, depth and severity of poverty in different groups of households. The research demonstrated that in 2016, income inequalities decreased and the level of poverty fell compared to the previous years, especially in the groups of large families. This was the result of the increase in average income in these groups as well as the reduction of the income gap within and among different family types.

Keywords: income, inequality, poverty, Gini index, Zenga index, “Family 500+” child benefit programme

JEL Classification: D31, I32, I38

¹ Uniwersytet Łódzki, Wydział Ekonomiczno-Socjologiczny, Katedra Metod Statystycznych, ul. Rewolucji 1905 r. 41/43, 90-214 Łódź, Polska, ORCID: 0000-0002-5478-9284.

² Uniwersytet Łódzki, Wydział Ekonomiczno-Socjologiczny, Katedra Metod Statystycznych, ul. Rewolucji 1905 r. 41/43, 90-214 Łódź, Polska, autor prowadzący korespondencję – e-mail: dorota.pekasiewicz@uni.lodz.pl, ORCID: 0000-0001-8275-3345.

1. WPROWADZENIE

Badania dochodów gospodarstw domowych są istotne zarówno z punktu widzenia analiz zmian w czasie, jak i porównań rozkładów w różnych regionach geograficznych, grupach społecznych czy typach gospodarstw. W pracy przedstawiono wyniki badania nierównomierności rozkładów dochodów i różnych aspektów ubóstwa w rodzinach z jednym dzieckiem lub większą liczbą dzieci. Dla porównania sytuacji materialnej gospodarstw domowych wybrano lata 2014, 2015 i 2016. Wyniki analiz zmienności rozkładów w czasie mogą być szczególnie interesujące ze względu na to, że w 2016 r. rozpoczęto realizację wypłat z programu „Rodzina 500+”, wspierającego rodziny z co najmniej dwojgiem dzieci oraz – w przypadku niskich dochodów – z jednym dzieckiem. W badaniu budżetów gospodarstw domowych przeprowadzanym przez Główny Urząd Statystyczny (GUS) gospodarstwa, ze względu na ich strukturę, dzieli się na trzynaście typów. W przeprowadzonych analizach rozważano następujące grupy:

- małżeństwa z jednym dzieckiem,
- małżeństwa z dwojgiem dzieci,
- małżeństwa z trojgiem dzieci,
- małżeństwa z co najmniej czworgiem dzieci,
- rodzice samotnie wychowujący dzieci.

Zgodnie z klasyfikacją GUS do poszczególnych grup małżeństw dołącza się osoby żyjące w związkach nieformalnych.

Ze względu na stosunkowo niewielką reprezentację grupy rodziców samotnie wychowujących dzieci nie dokonano dalszego podziału tych rodzin na podgrupy z jednym dzieckiem czy większą liczbą dzieci, gdyż prowadziłoby to do bardzo małych liczebności prób. Warto podkreślić, że badanie GUS nie obejmuje szczegółowego podziału.

Kategorią dochodu, która stanowi przedmiot przeprowadzonej analizy nierównomierności, jest dochód rozporządzalny. W celu uwzględnienia wpływu, jaki na koszty utrzymania gospodarstwa domowego ma jego skład demograficzny, w badaniu przekształcono kategorię dochodu rozporządzalnego w dochód ekwiwalentny. Jako skalę ekwiwalentności przyjęto nową skalę OECD, czyli pierwiastek z liczby osób w rodzinie (OECD, 2008, 2011).

Wpływ liczby dzieci na rozkład dochodów gospodarstwa domowego z uwzględnieniem nierównomierności i ubóstwa badali m.in. Jędrzejczak i Kubacki (2013). Na podstawie danych pochodzących z próby badania budżetów gospodarstw domowych oraz z Banku Danych Lokalnych GUS autorzy wykazali, że w grupach gospodarstw z większą liczbą dzieci poziom wskaźników ubóstwa, w szczególności stopy ubóstwa (według Eurostatu wskaźnika zagrożenia ubóstwem), był istotnie wyższy, a poziom nierówności dochodów spadał wraz z rosnącą liczbą dzieci. Z kolei z pracy Dudek i Landmesser (2012), opartej również na danych z badania budżetów gospodarstw domowych, wynika, że wpływ

względne zubożenia gospodarstw domowych na subiektywną ocenę sytuacji dochodowej zależy od liczby osób w gospodarstwie domowym oraz miejsca zamieszkania. Sytuacja dochodowa gospodarstw domowych w Polsce była przedmiotem artykułu Panka (2017), w którym analizowano zmiany dysproporcji dochodowych gospodarstw domowych na podstawie oceny zmienności stopnia polaryzacji ekonomicznej po akcesji do Unii Europejskiej (UE). Związek między strukturą gospodarstwa domowego a nierównością dochodową i ubóstwem ze szczególnym uwzględnieniem grup wrażliwych, w tym rodzin z dziećmi, był rozważany dla wielu krajów świata m.in. przez Bradbury'ego i Jänttiego (1999) oraz dla UE w opracowaniu *Household Composition, Poverty and Hardship Across Europe* (Eurostat, 2013). W pracach tych zauważono, że skład gospodarstwa domowego ma istotny wpływ na różnicowanie dochodów i ubóstwa szczególnie w krajach południowej i wschodniej Europy, gdzie pary z dziećmi na utrzymaniu są bardziej niż przeciętnie zagrożone ubóstwem. Bradbury i Jäntti (1999) porównywali także programy mające na celu przeciwdziałanie ubóstwu wśród dzieci, w tym świadczenia wspierające rodzinę oraz systemy ulg podatkowych. Wpływ polityki podatkowej państwa na sytuację gospodarstw domowych we UE, w tym rodzin z dziećmi, badali Vernizzi i Boesso (2004). Podobne badania dla Polski przeprowadzili Mazurek i Kośny (2010), którzy wykazali, że wprowadzona w 2007 r. prorodzinna ulga podatkowa obniżyła średnią stopę podatkową przede wszystkim dla rodzin wielodzietnych i jednocześnie zwiększyła poziom redystrybucji, co doprowadziło do zmniejszenia rozwarstwienia dochodowego społeczeństwa.

W niniejszej pracy przeprowadzono analizę rozkładów dochodów gospodarstw domowych w Polsce w różnych typach rodzin z dziećmi oraz zmiany w nierównościach dochodów, granicy ubóstwa, jego zasięgu, głębokości i dotkliwości w latach 2014–2016. Do badania nierównomierności dochodów wykorzystano współczynniki Giniego i Zengi oraz wskaźnik różnicowania skrajnych części rozkładu. Konstrukcja stosowanych miar sprawia, że charakteryzują się one inną wrażliwością na nierównomierności w punktach rozkładu. W przypadku współczynnika Giniego największą wagę nadaje się nierówności w środkowych grupach dochodowych, wskaźnik różnicowania skrajnych części rozkładu jest wrażliwy na zmiany w skrajnych częściach rozkładu, a współczynnik Zengi jest jednakowo wrażliwy na nierówności w każdym punkcie rozkładu.

Do badania poziomu ubóstwa w poszczególnych grupach i porównań w analizowanych latach wykorzystano stopę ubóstwa, wskaźniki luki dochodowej ubogich i kwadratu luki dochodowej.

Celem przeprowadzonych badań było porównanie rozkładu dochodów w różnych typach gospodarstw domowych wyodrębnionych ze względu na liczbę dzieci w rodzinie oraz analiza zmian nierównomierności i ubóstwa w 2016 r. w porównaniu z latami 2015 i 2014.

2. METODYKA BADAŃ

Najbardziej popularną syntetyczną miarą nierównomierności rozkładu dochodów jest **współczynnik Giniego** (Gini, 1914), który w ciągu swojej ponadstuletniej historii doczekał się wielu formuł i definicji. Najlepiej znana jest definicja geometryczna, oparta na **krzywej koncentracji Lorenza**.

W przypadku zbiorowości liczącej n jednostek o dochodach y_1, y_2, \dots, y_n wartości krzywej Lorenza w punktach $p_k = \frac{k}{n}$, dla $k \leq n$, wyznacza się z wzoru:

$$L\left(\frac{k}{n}\right) = \frac{\sum_{i=1}^k y_{(i)}}{\sum_{i=1}^n y_{(i)}} \quad \text{dla } k \leq n, \quad (1)$$

gdzie: i – rangi dochodów jednostek ekonomicznych, $y_{(i)}$ – dochody uporządkowane w kolejności niemalejącej.

Współczynnik Giniego określony jest jako podwojone pole między funkcją Lorenza a linią równomiernego podziału. Przyjmuje on postać:

$$G_n = \frac{2}{n-1} \sum_{k=1}^{n-1} (p_k - L(p_k)). \quad (2)$$

Stosunkowo prosty estymator współczynnika Giniego zaproponowali Fei, Ranis i Kuo (1979):

$$\hat{G} = \frac{2 \sum_{i=1}^n y_{(i)} i}{n \sum_{i=1}^n y_{(i)}} - 1 - \frac{1}{n}. \quad (3)$$

Można wykazać, że wzór (3) jest zgodny z zaproponowaną przez Sena (1976) formułą, która pokazuje współczynnik Giniego jako funkcję uporządkowanych dochodów $y_{(i)}$ ważonych rangami i poszczególnych jednostek ekonomicznych. Formuła ta wyjaśnia problemy związane z dekompozycją indeksu Giniego według podpopulacji (Jędrzejczak, 2014). Inną interpretację współczynnika Giniego, opartą na średniej różnicy Giniego (*Gini mean difference*), przedstawił Pyatt (1976). Według niego wartość współczynnika mówi o średniej oczekiwanej korzyści (*average expected gain*) wyrażonej jako udział w średnim dochodzie, jaką osiągnęłyby jednostki populacji, gdyby miały wybór między własnym dochodem a dochodem innych losowo wybranych jednostek. W przypadku pełnej koncentracji ($G = 1$) korzyść ta wynosi 100% oczekiwanego średniego dochodu, gdyż cały dochód jest w rękach tylko jednej jednostki; dla równomiernego podziału ($G = 0$) wszystkie dochody są równe, więc otrzymanie dochodu innej jednostki nie dałoby żadnej korzyści.

W badaniach reprezentacyjnych często wykorzystuje się postać estymatora współczynnika Giniego, w której wartości zmiennej losowej y są zastąpione wartościami rozszerzonymi (*expanded values*) uwzględniającymi wagi schematu losowania (Jędrzejczak, 2012):

$$\hat{G} = \frac{2 \sum_{i=1}^n (w_i y_{(i)} \sum_{j=1}^i w_j) - \sum_{i=1}^n w_i y_{(i)}}{(\sum_{i=1}^n w_i) \sum_{i=1}^n w_i y_{(i)}} - 1, \quad (4)$$

gdzie: $y_{(i)}$ – dochód i -tego gospodarstwa domowego z n -elementowej próby uporządkowanej w sposób rosnący, w_i – waga i -tej jednostki, $\sum_{j=1}^i w_j$ – ranga i -tej jednostki.

W przypadku współczynnika Giniego nadaje się największe wagi nierównościom w środkowych grupach dochodowych, jest on więc stosunkowo mało wrażliwy na zmiany w skrajnych częściach rozkładu, które są najbardziej interesujące dla badacza z punktu widzenia nierówności dochodów, ubóstwa czy polaryzacji ekonomicznej (Greselin, Pasquazzi i Zitikis, 2013).

Miarą jednakowo wrażliwą na nierówności w każdym punkcie rozkładu, ze względu na swoją konstrukcję, jest współczynnik Zengi (Zenga, 2007) oparty na punktowej mierze koncentracji. **Punktowa miara koncentracji Zengi** \hat{Z}_i określona jest dla każdej z $n - 1$ obserwacji jako względna różnica między średnią górną M_i^+ a średnią dolną M_i^- empirycznego rozkładu dochodów:

$$\hat{Z}_i = \frac{M_i^+ - M_i^-}{M_i^+} = \frac{\frac{1}{n-i} \sum_{j=i+1}^n y_{(j)} - \frac{1}{i} \sum_{j=1}^i y_{(j)}}{\frac{1}{n-i} \sum_{j=i+1}^n y_{(j)}} \quad \text{dla } i = 1, 2, \dots, n - 1. \quad (5)$$

Syntetyczna miara nierównomierności Zengi jest średnią z punktowych miar koncentracji i w przypadku próby losowej prostej wyraża się wzorem:

$$\hat{Z} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} \hat{Z}_i. \quad (6)$$

Wygodnym narzędziem analizy zmian nierównomierności rozkładu płac i dochodów jest **krzywa koncentracji Zengi**, której rzędna określa punktową miarę koncentracji dla każdej wartości $p \in [0, 1]$. Krzywa ta, w odróżnieniu od krzywej Lorenza (1), nie ma wymuszonego przebiegu i przybiera kształt charakterystyczny dla badanego rozkładu.

Dla danych pochodzących z n -elementowej próby losowej, która jest wynikiem złożonego schematu losowania (*complex sampling design*), estymator współczynnika Zengi przyjmuje następującą postać:

$$\hat{Z} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\frac{1}{\sum_{j=i+1}^n w_j} \sum_{j=i+1}^n w_j y_{(j)} - \frac{1}{\sum_{j=1}^i w_j} \sum_{j=1}^i w_j y_{(j)}}{\frac{1}{\sum_{j=i+1}^n w_j} \sum_{j=i+1}^n w_j y_{(j)}}. \quad (7)$$

Współczynniki Giniego i Zengi przyjmują wartości z przedziału $[0,1]$, przy czym wyższe wartości świadczą o większej nierówności obserwowanej w analizowanej zbiorowości. Warto zauważyć, że interpretacja wartości indeksu Giniego

go odnosi się zwykle do abstrakcyjnych pojęć „średniej oczekiwanej korzyści” czy też „pełnej koncentracji”, a więc do sytuacji, kiedy jedna jednostka gromadzi dochód całej rozważanej zbiorowości. Na przykład współczynnik $G = q$ może być rozumiany jako nierówność odpowiadająca $q \cdot 100\%$ maksymalnej nierówności, dla której współczynnik Giniego byłby równy jedności. Indeks Zengi ma bardziej zrozumiałą interpretację, gdyż dla $Z = q$ określa sytuację, kiedy dolna średnia stanowi przeciętnie $(1 - q) \cdot 100\%$ średniej górnej badanej zbiorowości. Przypadek $Z = 0$ określa więc egalitarny podział dochodu, w którym dla każdego punktu rozkładu średnia dolna i górna są równe.

Wskaźnik zróżnicowania skrajnych części rozkładu może być uzupełnieniem analizy nierównomierności opartej na syntetycznych miarach Giniego i Zengi. W przeciwieństwie do współczynnika Giniego wskaźnik ten jest wrażliwy na zmiany w skrajnych częściach rozkładu. Może być on oszacowany według następującego wzoru (Kordos, 1973):

$$\hat{K}_{1/10} = \frac{\sum_{i \in GD_1} w_i y_i}{\sum_{i \in GD_{10}} w_i y_i}, \quad (8)$$

gdzie GD_1, GD_{10} są, odpowiednio, pierwszą i dziesiątą grupą decylową.

Wskaźnik $\hat{K}_{1/10}$ przyjmuje wartości z przedziału $(0,1)$ – im jego wartość jest bliższa wartości 1, tym mniejsze są nierównomierności (wszystkie gospodarstwa posiadają takie same dochody).

Poziom nierównomierność rozkładu dochodów jest silnie powiązany z poziomem ubóstwa materialnego. Do najczęściej wykorzystywanych miar ubóstwa należą miary z klasy FGT (Foster–Greer–Thorbecke), które obejmują trzy najważniejsze aspekty tego zjawiska: jego częstość, głębokość oraz natężenie (Panek, 2011). Definiuje się je w oparciu o granicę ubóstwa.

Według definicji Eurostatu jako granicę ubóstwa y_p^* przyjmuje się 60% mediany dochodów ekwiwalentnych w danym kraju, czyli:

$$y_p^* = 0,6Me, \quad (9)$$

gdzie Me oznacza medianę dochodów ekwiwalentnych.

Stopa ubóstwa, zwana również wskaźnikiem zagrożenia ubóstwem, określa udział gospodarstw domowych, których ekwiwalentny dochód jest poniżej granicy ubóstwa. Do oszacowania stopy ubóstwa, na podstawie n -elementowej próby pochodzącej ze złożonego schematu losowania, stosuje się wzór uwzględniający wagi schematu losowania otrzymane na podstawie odwrotności prawdopodobieństw wyboru do próby poszczególnych gospodarstw domowych:

$$\widehat{W}_p = \frac{\sum_{i=1}^n I_i w_i}{\sum_{i=1}^n w_i}, \quad (10)$$

gdzie I_i jest indykatorem przyjmującym wartość 1, gdy i -te gospodarstwo ma dochód ekwiwalentny poniżej granicy ubóstwa, lub 0 – w przeciwnym przypadku.

Wskaźnikiem określającym głębokość ubóstwa jest **indeks luki dochodowej ubogich**, mierzący dystans między dochodami ekwiwalentnymi ubogich gospodarstw domowych a granicą ubóstwa, a tym samym określający, jak „bardzo ubogie” są gospodarstwa domowe należące do grupy ubogich. Wskaźnik ten rejestruje więc średni zagregowany dochód w stosunku do granicy ubóstwa w badanej populacji. Uzyskuje się go przez zsumowanie luk dochodowych wszystkich ubogich jednostek ekonomicznych i podzielenie przez wielkość populacji. Przy oszacowaniu indeksu luki dochodowej ubogich na podstawie próby losowej wykorzystuje się estymator uwzględniający wagi schematu losowania:

$$\widehat{PG}_p = \frac{\sum_{i=1}^{n_p} ((y_p^* - y_i) / y_p^*) w_i}{\sum_{i=1}^{n_p} w_i}, \quad (11)$$

gdzie: w_i – waga dla i -tego gospodarstwa, n_p – liczebność podpopulacji gospodarstw ubogich.

Indeks (11) pomnożony przez przyjętą granicę ubóstwa można interpretować jako minimalną kwotę, która musiałaby być przekazana ubogim, aby zjawisko ubóstwa zostało zlikwidowane.

Wskaźnikiem oceniającym dotkliwość ubóstwa jest **indeks wykorzystujący kwadraty luk dochodowych** dla wszystkich ubogich gospodarstw domowych. Można go oszacować, stosując estymator postaci:

$$\widehat{PS}_p = \frac{\sum_{i=1}^{n_p} \left(\frac{y_p^* - y_i}{y_p^*} \right)^2 w_i}{\sum_{i=1}^{n_p} w_i}. \quad (12)$$

Indeks ten uwzględnia nie tylko dystans dzielący gospodarstwa ubogie od granicy ubóstwa, lecz także nierówność wśród gospodarstw ubogich. Oznacza to, że większe wagi są przypisywane tym gospodarstwom domowym, których dochody bardziej odbiegają od granicy ubóstwa.

3. PORÓWNANIE ROZKŁADÓW DOCHODÓW W LATACH 2014–2016

Analizę nierównomierności dochodów w poszczególnych grupach gospodarstw domowych przeprowadzono na podstawie danych pochodzących z badania budżetów gospodarstw domowych za lata 2014–2016 (GUS, 2015, 2016,

2017). Kategorią dochodu, która stanowiła przedmiot przeprowadzonej analizy nierównomierności, był dochód rozporządzalny. Według definicji przyjętej przez GUS:

Dochód rozporządzalny jest to suma bieżących dochodów gospodarstwa domowego z poszczególnych źródeł pomniejszona o zaliczki na podatek dochodowy od osób fizycznych płacone przez płatnika w imieniu podatnika (od dochodów z pracy najemnej oraz od niektórych świadczeń z ubezpieczenia społecznego i świadczeń pomocy społecznej), o podatki od dochodów i własności płacone przez osoby pracujące na własny rachunek, w tym przedstawicieli wolnych zawodów i osób użytkujących gospodarstwo indywidualne w rolnictwie, oraz o składki na ubezpieczenia społeczne i zdrowotne. W skład dochodu rozporządzalnego wchodzi dochody pieniężne i niepieniężne, w tym spożycie naturalne (towary i usługi konsumpcyjne pobrane na potrzeby gospodarstwa domowego z gospodarstwa indywidualnego w rolnictwie bądź działalności gospodarczej na własny rachunek) oraz towary i usługi otrzymane nieodpłatnie. Dochód rozporządzalny przeznaczony jest na wydatki oraz przyrost oszczędności (GUS, 2011, str. 33).

W celu uwzględnienia wpływu, jaki na koszty utrzymania gospodarstwa domowego ma jego skład demograficzny, co jest szczególnie istotne w niniejszym badaniu, kategorię dochodu rozporządzalnego gospodarstwa domowego przekształcono w dochód ekwiwalentny.

Próba pochodząca z badania budżetów gospodarstw domowych nie jest próbą prostą, dlatego przy szacowaniu charakterystyk rozkładów uwzględniono wagi schematu losowania. Dla obserwacji otrzymanych w wyniku przeprowadzonego badania w pierwszym etapie wyznaczono wagi pierwotne (odwrotności prawdopodobieństw wyboru do próby poszczególnych mieszkań). Następnie szacowano współczynniki realizacji, czyli współczynniki korygujące, które uwzględniają to, że struktura próby zbadanej ze względu na cechy społeczno-demograficzne gospodarstw różni się od struktury próby wylosowanej na skutek niemożności zbadania wszystkich mieszkań kwalifikujących się do badania. Wyniki badania przeważone zostały danymi o strukturze gospodarstw domowych według liczby osób w gospodarstwie oraz w podziale na miasto i wieś, pochodzącymi z Narodowego Spisu Powszechnego Ludności i Mieszkań 2011 r. W wyniku korekty wag pierwotnych otrzymywano wagi finalne. Szczegółowe omówienie schematu losowania stosowanego przez GUS w badaniu budżetów gospodarstw domowych można znaleźć m.in. w pracach Kordosa (2005) oraz Kordosa, Lednickiego i Żyry (2002).

W tabl. 1 i 2 podano podstawowe charakterystyki liczbowe empirycznych rozkładów dochodów ogółem oraz w wyróżnionych podpopulacjach w analizowanych latach, natomiast na rys. 1 zaprezentowano zmiany w poziomie średniego dochodu dla wybranych kategorii zmiennej określającej typ rodziny.

Na podstawie danych zawartych w tabl. 1 można zauważyć, że liczebności prób w poszczególnych latach różnią się nieznacznie i stanowią około 0,03% ogółu gospodarstw domowych w Polsce. Najliczniejszą podpopulację stanowią rodziny z jednym dzieckiem lub dwojgiem dzieci, których udział w całkowitej liczebności próby badawczej wynosi około 20%, natomiast rodziny wielodzietne, czyli rodziny posiadające troje lub więcej dzieci, stanowią około 3% całkowitej liczebności próby.

W każdym z analizowanych okresów parametry rozkładów dochodów ekwiwalentnych zależą od liczby dzieci w rodzinie. Średni dochód i mediana są największe w gospodarstwach domowych typu małżeństwo z jednym dzieckiem i wraz ze wzrostem liczby dzieci dochody małżeństw z dziećmi maleją. Sytuacja dochodowa grupy matek lub ojców z dziećmi w latach 2014 i 2015 była nieznacznie lepsza niż sytuacja małżeństw z czworgiem i większą liczbą dzieci, zarówno pod względem średniej, jak i mediany. Natomiast w 2016 r., mimo wzrostu średniego dochodu ekwiwalentnego, zaobserwowano istotne pogorszenie się sytuacji dochodowej tej grupy w stosunku do rodzin wielodzietnych. Może to być skutek wypłaty świadczeń z programu „Rodzina 500+”.

TABLICA 1. OSZACOWANIA WYBRANYCH PARAMETRÓW ROZKŁADÓW DOCHODÓW EKWIWALENTNYCH GOSPODARSTW DOMOWYCH OGÓLEM (w zł)

Rok	Liczba gospodarstw	Min.	Maks.	Mediana	Średnia	Odchylenie standardowe
2014	36929	0,68	89618,39	2020,73	2349,28	1660,00
2015	36860	1,77	105846,64	2097,68	2425,31	1731,37
2016	36616	1,27	333978,50	2238,56	2552,63	1572,81

Ź r ó d ł o: obliczenia własne na podstawie badania gospodarstw domowych (GUS, 2015, 2016, 2017).

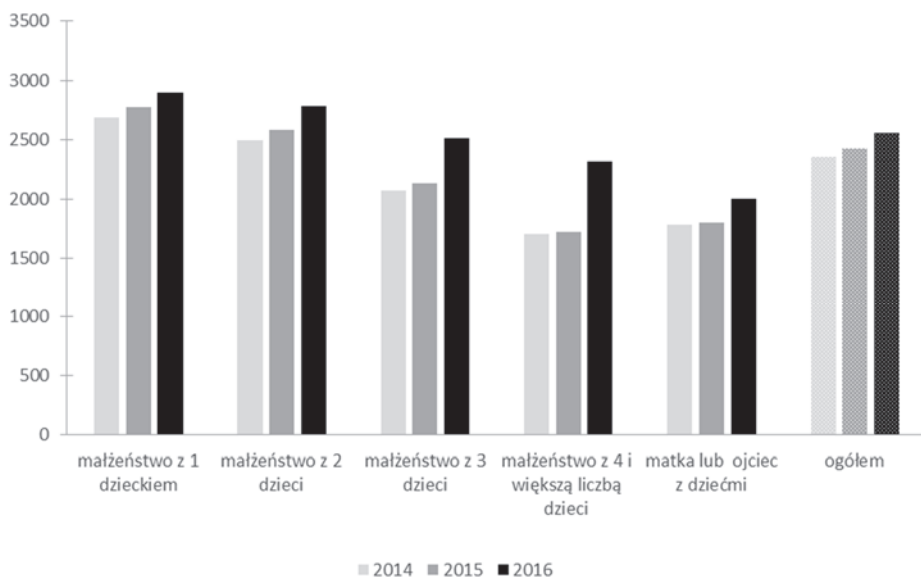
TABLICA 2. OSZACOWANIA WYBRANYCH PARAMETRÓW ROZKŁADÓW DOCHODÓW EKWIWALENTNYCH GOSPODARSTW DOMOWYCH Z DZIEĆMI (w zł)

Typ rodziny	Rok	Liczba gospodarstw	Min.	Maks.	Mediana	Średnia	Odchylenie standardowe
Małżeństwo z 1 dzieckiem	2014	4071	5,77	48516,42	2332,50	2687,58	1871,22
	2015	3817	21,94	20134,99	2430,65	2773,50	1686,58
	2016	3701	1,27	30105,58	2540,34	2891,24	1751,83
Małżeństwo z 2 dzieci	2014	3865	1,50	77508,75	2105,00	2494,62	2099,72
	2015	3964	13,34	67370,00	2172,48	2580,15	2107,62
	2016	3523	1,48	41160,00	2430,00	2784,24	1699,57
Małżeństwo z 3 dzieci	2014	1007	69,63	18495,41	1722,89	2069,60	1483,61
	2015	993	10,54	19829,81	1796,90	2133,35	1404,66
	2016	810	8,94	10336,05	2213,71	2513,95	1450,78
Małżeństwo z 4 i większą liczbą dzieci	2014	328	28,01	29029,68	1401,52	1706,45	1686,67
	2015	289	14,25	7348,47	1487,86	1719,00	1009,98
	2016	192	163,79	10055,37	2017,97	2318,13	1342,10
Matka lub ojciec z dziećmi	2014	813	301,00	12232,95	1516,35	1781,88	1085,31
	2015	810	7,85	11996,72	1507,08	1803,46	1154,44
	2016	759	11,31	14637,11	1697,06	1999,17	1279,31

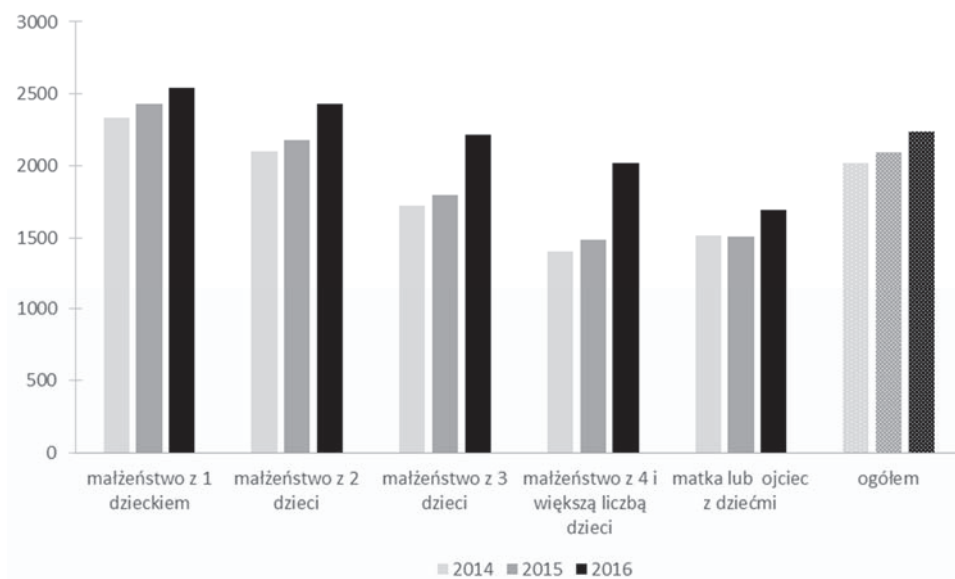
Ź r ó d ł o: jak przy tabl. 1.

Rysunek 1. Dochody ekwiwalentne

A. Średnie



B. Mediany



Źródło: jak przy tabl. 1.

Dynamikę zmian dochodowych w wyróżnionych grupach można zaobserwować w tabl. 3. We wszystkich typach rodzin w 2016 r. wzrosły wartości średnie i mediany dochodów, przy czym największy wzrost zaobserwowano w rodzinach typu małżeństwo z trojgiem dzieci oraz małżeństwo z czworgiem i większą liczbą dzieci, odpowiednio o 22,5% oraz 34,8% wartości dochodów z 2015 r.

TABLICA 3. DYNAMIKA ZMIAN UREALNIONEJ WARTOŚCI ŚREDNIEJ I UREALNIONEJ MEDIANY DOCHODÓW GOSPODARSTW DOMOWYCH

Typ rodziny	Średnia		Mediana	
	$i_{15/14}$	$i_{16/15}$	$i_{15/14}$	$i_{16/15}$
Małżeństwo z 1 dzieckiem	1,023	1,036	1,033	1,039
Małżeństwo z 2 dziećmi	1,025	1,072	1,023	1,112
Małżeństwo z 3 dziećmi	1,022	1,171	1,034	1,225
Małżeństwo z 4 i większą liczbą dzieci	0,998	1,340	1,052	1,348
Matka lub ojciec z dziećmi	1,003	1,102	0,985	1,119
Ogółem	1,023	1,046	1,029	1,061

Ź r ó d ł o: jak przy tabl. 1.

Analizując dyspersję dochodów ekwiwalentnych, można zauważyć znaczny spadek współczynnika zmienności (CV) w prawie wszystkich analizowanych grupach. Spadek ten zaobserwowano nie tylko w grupach o większej liczbie dzieci, jak rodziny z trojgiem ($CV_{2014} = 71,7\%$, $CV_{2016} = 57,7\%$) lub czworgiem i większą liczbą dzieci ($CV_{2014} = 98,9\%$, $CV_{2016} = 57,9\%$), ale także w najliczniejszych grupach, czyli w rodzinach z jednym dzieckiem ($CV_{2014} = 69,6\%$, $CV_{2016} = 60,6\%$) lub dwojgiem dzieci ($CV_{2014} = 84,2\%$, $CV_{2016} = 61,0\%$). Zróżnicowanie zwiększyło się w grupie osób samotnie wychowujących dzieci, w której współczynnik zmienności wzrósł z 60,1% w 2014 r. do 64,0% w 2016 r. (por. tabl. 2).

Ocena zmian poziomu i zróżnicowania rozkładów dochodów w rozważanych grupach gospodarstw domowych wydaje się niewystarczająca, dlatego w dalszej części artykułu przedstawiono wyniki badania nierównomierności rozkładu i ubóstwa.

4. OCENA NIERÓWNOMIERNOŚCI DOCHODÓW I UBÓSTWA

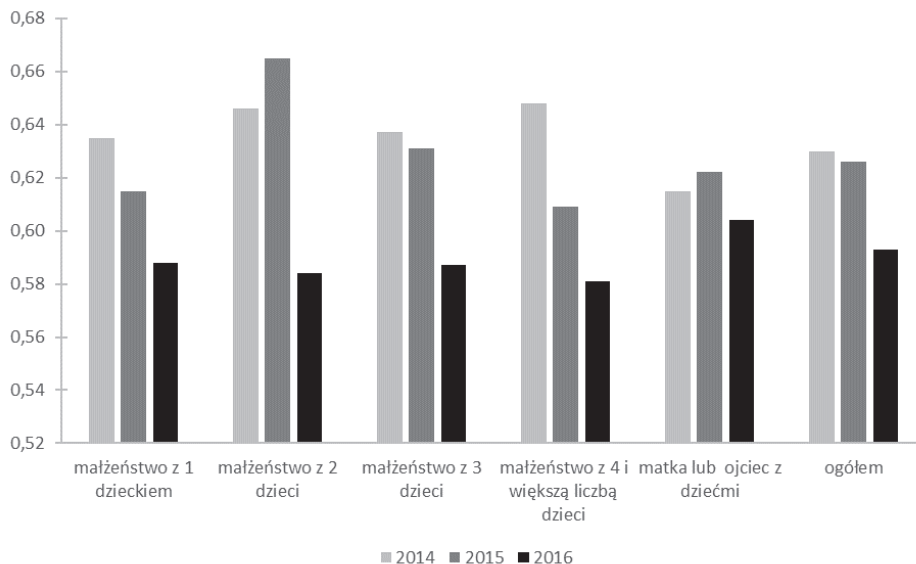
Badania nierównomierności rozkładów dochodów rozpoczęto od oszacowania wartości syntetycznych miar nierównomierności Giniego i Zengi wyrażonych wzorami (4) i (7) oraz wskaźnika (8), a otrzymane wyniki przedstawiono w tabl. 4. W celu porównania poziomu oraz zmian nierówności dochodowych dla poszczególnych grup gospodarstw domowych, a także dla wszystkich gospodarstw domowych w Polsce, wartości współczynnika Zengi zaprezentowano na rys. 2.

TABLICA 4. OSZACOWANIA MIAR NIERÓWNOŚCI DOCHODOWYCH DLA GOSPODARSTW DOMOWYCH Z DZIEĆMI

Typ rodziny	\bar{G}			\bar{Z}			$\bar{R}_{1/10}$		
	2014	2015	2016	2014	2015	2016	2014	2015	2016
Małżeństwo z 1 dzieckiem	0,299	0,288	0,260	0,635	0,615	0,588	0,130	0,144	0,155
Małżeństwo z 2 dziećmi	0,313	0,312	0,259	0,646	0,665	0,584	0,129	0,127	0,158
Małżeństwo z 3 dziećmi	0,311	0,303	0,263	0,637	0,631	0,587	0,133	0,140	0,155
Małżeństwo z 4 i większą liczbą dzieci	0,326	0,288	0,273	0,648	0,609	0,581	0,122	0,152	0,166
Matka lub ojciec z dziećmi	0,294	0,300	0,279	0,615	0,622	0,604	0,150	0,152	0,153
Ogółem	0,300	0,297	0,265	0,630	0,626	0,593	0,139	0,142	0,157

Źródło: jak przy tabl. 1.

Rysunek 2. Indeksy Zengi dla gospodarstw domowych według różnych typów rodzin z dziećmi



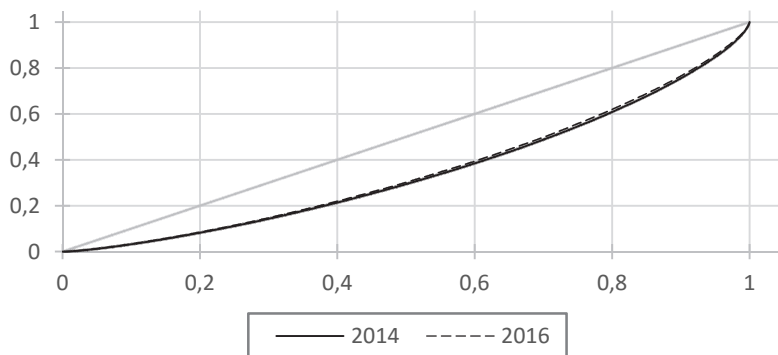
Źródło: jak przy tabl. 1.

W 2014 r. największą nierównomiernością charakteryzowały się małżeństwa z czworgiem i większą liczbą dzieci, jednak na skutek znacznego spadku nierówności dochodów w tej grupie w 2016 r., największą nierówność obserwuje się w grupie rodziców samotnie wychowujących dzieci, dla której $G_{2016} = 0,279$, a $Z_{2016} = 0,604$, przy czym wskaźniki te są wyższe od odpowiednich wartości ogółem wynoszących $G_{2016} = 0,265$ i $Z_{2016} = 0,593$. Porównując grupy gospodarstw w poszczególnych latach, można stwierdzić, że mają one relatywnie zbliżone wartości świadczące o podobnym stopniu nierówności dochodów.

Natomiast porównując wartości wskaźników w tych samych grupach w latach 2014–2016, obserwuje się zmniejszanie się nierówności. Szczególnie w 2016 r. indeksy Giniego i Zengi zmalały, a wskaźnik zróżnicowania skrajnych części rozkładu wzrósł zarówno w stosunku do 2015 r., jak i 2014 r., co oznacza zmniejszenie się dysproporcji pomiędzy skrajnymi grupami decylowymi.

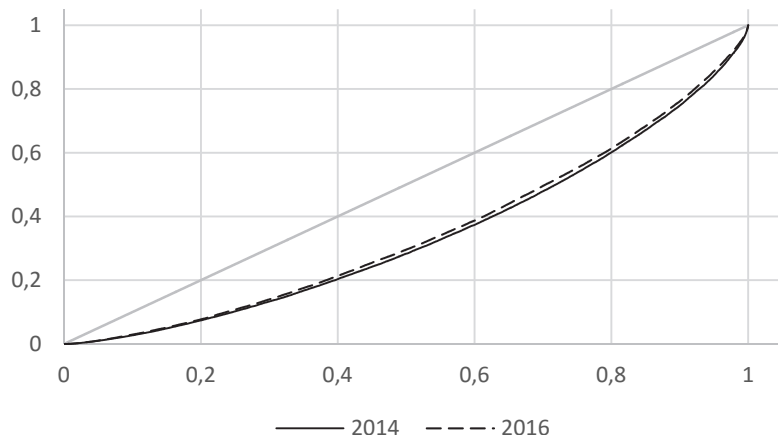
Dalszym etapem analizy nierówności rozkładu dochodów w grupach gospodarstw domowych było wyznaczenie krzywych Lorenza, określonych wzorem (1), które miało na celu ocenę poziomu nierówności dochodów dla różnych kwantyli dochodów, a więc poczynając od gospodarstw najuboższych, a kończąc na najwyższych grupach dochodowych. Krzywe Lorenza dla dochodów gospodarstw domowych ogółem, małżeństw z jednym dzieckiem oraz małżeństw z czwórką i większą liczbą dzieci w latach 2014 i 2016 przedstawione zostały na rys. 3–5.

Rysunek 3. Krzywa Lorenza rozkładów dochodów gospodarstw domowych ogółem w latach 2014 i 2016



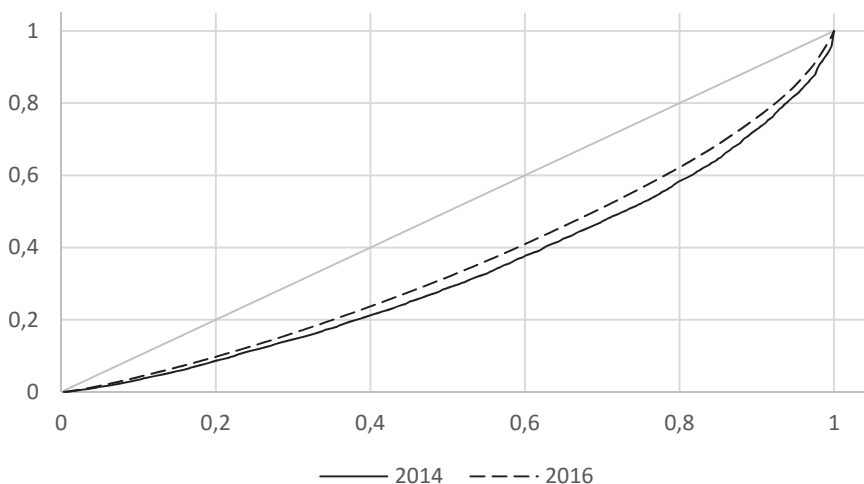
Źródło: obliczenia własne na podstawie badania gospodarstw domowych (GUS, 2015, 2017).

Rysunek 4. Krzywa Lorenza rozkładów dochodów małżeństw z jednym dzieckiem w latach 2014 i 2016



Źródło: jak przy rys. 3.

Rysunek 5. Krzywa Lorenza rozkładów dochodów małżeństw z czwórką i większą liczbą dzieci w latach 2014 i 2016



Źródło: jak przy rys. 3.

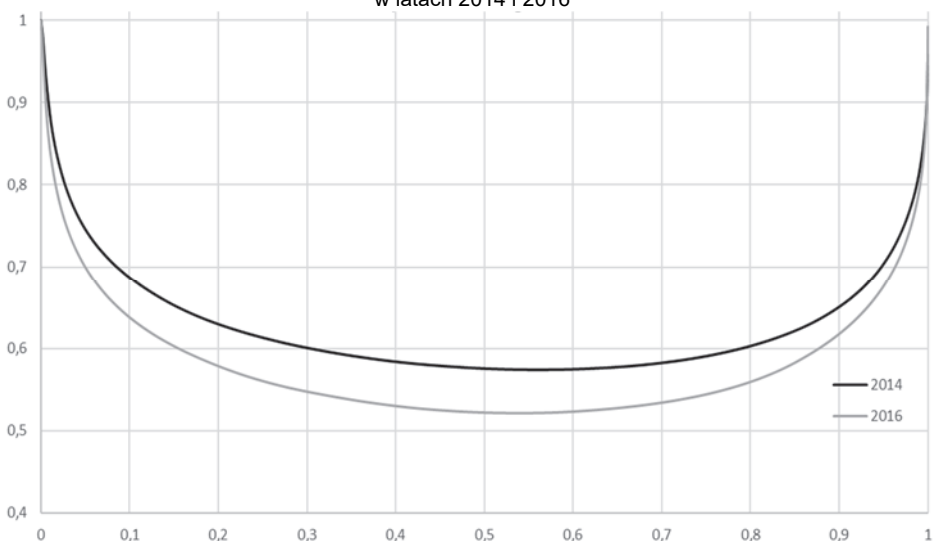
Szczególnie istotną zmianę w 2016 r. w porównaniu z 2014 r. zaobserwowano w nierównomiernościach rozkładu dochodów w grupie małżeństw z czwórką i większą liczbą dzieci (por. rys. 5), co odpowiada zmniejszeniu się pola koncentracji, czyli pola między funkcją Lorenza a linią równomiernego podziału, a więc także współczynnika Giniego, z poziomu $G_{2014} = 0,326$ do poziomu $G_{2016} = 0,273$. W tej grupie nierówności dochodowe zauważalnie zmalały dla wszystkich poziomów p . W innych grupach różnice między poziomami nierówności w porównywalnych latach były mniejsze, np. w przypadku małżeństw z jednym dzieckiem oraz gospodarstw domowych ogółem zauważa się niewielkie różnice dla grup o wyższych dochodach, natomiast dla niskich grup dochodowych krzywe Lorenza się pokrywają. Potwierdza to stosunkowo małą zmianę, opartych na krzywych Lorenza, indeksów Giniego dla tych grup prezentowanych w tabl. 4 i stosunkowo większą zmianę wskaźnika zróżnicowania skrajnych części rozkładu.

Analiza krzywych Lorenza nie daje możliwości właściwej oceny zmian stopnia nierównomierności rozkładu w poszczególnych grupach dochodów (czyli biorąc pod uwagę punktową koncentrację) ze względu na swój wymuszony przebieg i większą wrażliwość na zmiany jedynie w środkowych grupach dochodowych. W skrajnych częściach rozkładu, które są najbardziej interesujące dla badacza, funkcja Lorenza zawsze dąży odpowiednio do 0 i 1, bez względu na rzeczywiste nierówności rozkładu (Greselin, Pasquazzi i Zitikis, 2013).

Jednakową wrażliwość na zmiany w każdym punkcie rozkładu (dla każdego p) posiada krzywa Zengi, która opiera się na porównaniu rozłącznych grup dochodów poprzez koncepcję porównania dolnej i górnej średniej (por. wzór (5)). W efekcie funkcja ta może przyjąć kształt charakterystyczny dla badanego rozkładu, nie zaś jednakowy dla wszystkich rozkładów jak w przypadku krzywej Lorenza, może być

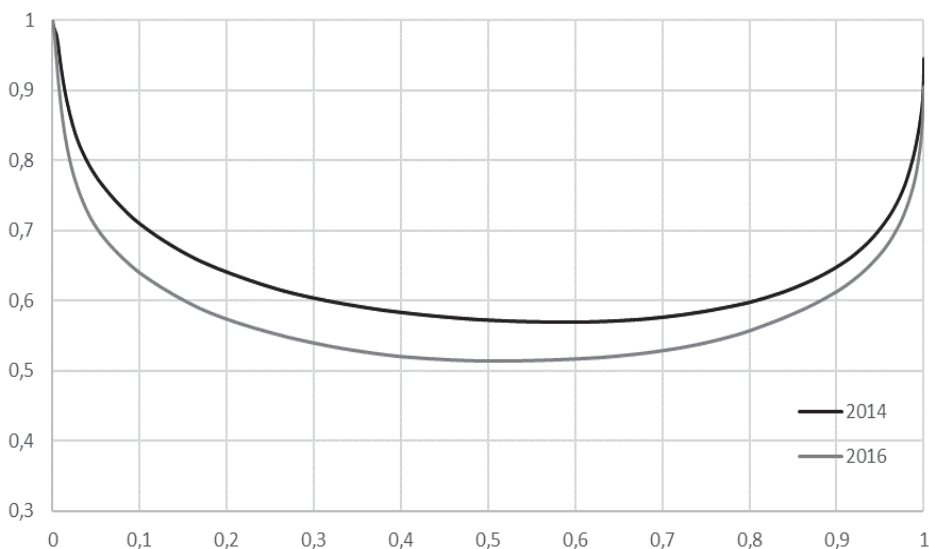
więc traktowana jako „punktowa” miara koncentracji rozkładu dochodów i stosowana zarówno do porównań zmian nierównomierności rozkładu w czasie, jak i do porównań różnych podpopulacji. Krzywe Zengi dla lat 2014 i 2016 oszacowane dla wybranych grup gospodarstw domowych przedstawiono na rys. 6–8.

Rysunek 6. Krzywa Zengi rozkładów dochodów gospodarstw domowych ogółem w latach 2014 i 2016



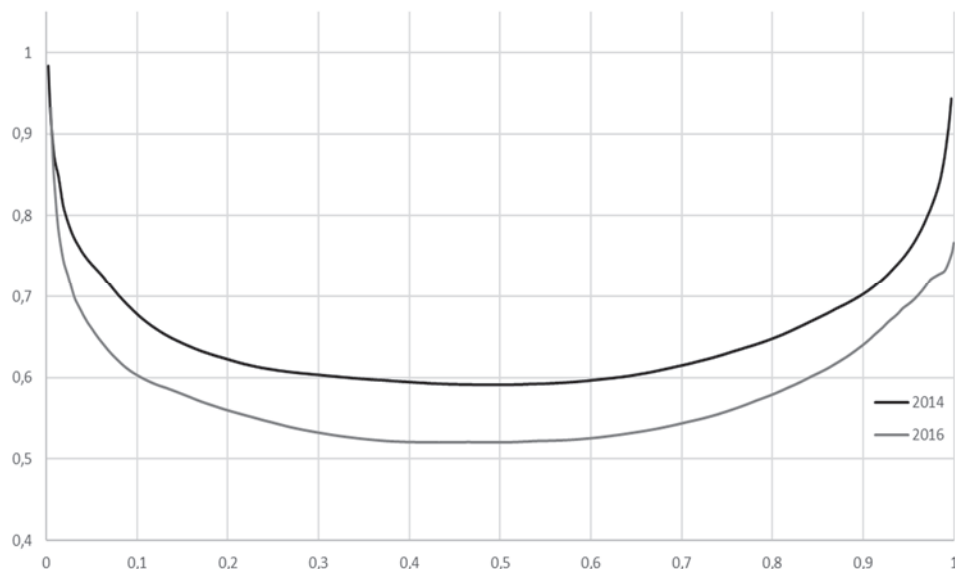
Źródło: jak przy rys. 3.

Rysunek 7. Krzywa Zengi rozkładów dochodów małżeństw z jednym dzieckiem w latach 2014 i 2016



Źródło: jak przy rys. 3.

Rysunek 8. Krzywa Zengi rozkładów dochodów małżeństw z czwórką lub większą liczbą dzieci w latach 2014 i 2016



Źródło: jak przy rys. 3.

Analizując przebieg krzywych Zengi, łatwo zauważyć, że najistotniejsze zmiany zaobserwowano dla rodzin wielodzietnych, a w szczególności dla małżeństw z czwórką i większą liczbą dzieci, natomiast dla małżeństw z jednym dzieckiem spadek nierówności dochodowych był największy w przypadku gospodarstw najbiedniejszych, co w oczywisty sposób wiąże się z zasadami przyznawania świadczeń z programu „Rodzina 500+” dla tego typu rodzin.

Poziom nierównomierność rozkładu dochodów jest powiązany z poziomem ubóstwa materialnego, gdyż rozkłady o wysokim poziomie nierównomierności są zwykle bardziej zagrożone wysokimi wskaźnikami ubóstwa. Można sobie oczywiście wyobrazić rozkład egalitarny, w którym wszyscy są ubodzy, i rozkład z nierównościami, w którym zjawisko ubóstwa nie występuje, jednak tak skrajne przypadki można rozważać jedynie teoretycznie. Badania empiryczne przeprowadzane w wielu krajach pokazują, że między ubóstwem a nierównościami istnieje zwykle ścisła zależność dodatnia.

Ubóstwo materialne w badanych grupach gospodarstw domowych, a także jego zmiany w badanym okresie analizowano z wykorzystaniem wybranych wskaźników skonstruowanych w oparciu o granicę (próg) ubóstwa. Jako granicę ubóstwa przyjęto, zgodnie z podejściem Eurostatu, 60% mediany dochodów ekwiwalentnych w Polsce. Otrzymano następujące oszacowania progu ubóstwa: w 2014 r. – 1212,44 zł, w 2015 r. – 1258,61 zł, w 2016 r. – 1343,14 zł. Granice ubóstwa wykorzystano do zbadania częstotliwości, dotkliwości i głębokości ubóstwa

poprzez oszacowania wskaźnika zagrożenia ubóstwem (\widehat{W}_p), indeksu luki dochodowej ubogich (\widehat{PG}_p) oraz indeksu kwadratu luki dochodowej ubogich (\widehat{PS}_p). Otrzymane wartości oszacowanych miar ubóstwa przedstawiono w tabl. 5.

TABLICA 5. OSZACOWANIA MIAR UBÓSTWA DLA GOSPODARSTW DOMOWYCH W PODZIALE UWARUNKOWANYM LICZBĄ DZIECI

Typ rodziny	\widehat{W}_p			\widehat{PG}_p			\widehat{PS}_p		
	2014	2015	2016	2014	2015	2016	2014	2015	2016
Małżeństwo z 1 dzieckiem	0,107	0,104	0,093	0,288	0,255	0,259	0,141	0,114	0,122
Małżeństwo z 2 dzieci	0,134	0,140	0,098	0,258	0,254	0,250	0,117	0,111	0,110
Małżeństwo z 3 dzieci	0,228	0,221	0,144	0,236	0,236	0,235	0,094	0,099	0,092
Małżeństwo z 4 i większą liczbą dzieci	0,379	0,389	0,167	0,266	0,231	0,183	0,104	0,091	0,063
Matka lub ojciec z dziećmi	0,300	0,343	0,273	0,260	0,248	0,235	0,099	0,095	0,094
Ogółem	0,152	0,153	0,141	0,251	0,248	0,239	0,105	0,103	0,098

Źródło: jak przy tabl. 1.

W 2016 r. zaobserwowano znaczący spadek wartości stopy ubóstwa; szczególnie istotne różnice pojawiły się w rodzinach z czworgiem i większą liczbą dzieci. Udział ubogich gospodarstw domowych w populacji wszystkich gospodarstw tej grupy wyniósł 16,7%, a w roku poprzednim – aż 38,9%. Również w tej grupie zaobserwowano spadek indeksów określających dotkliwość i głębokość ubóstwa. Iloczyn indeksu \widehat{PG}_p i granicy ubóstwa, interpretowany jako minimalna kwota, która musiałaby być przekazana gospodarstwom ubogim, aby zjawisko ubóstwa było zlikwidowane, w przypadku rodzin z co najmniej czwórką dzieci jest zdecydowanie niższy w 2016 r. w porównaniu z rokiem poprzednim ($\widehat{PG}_p \cdot y_p = 0,183 \cdot 1343,14 = 245,80$ zł w 2016 r., $\widehat{PG}_p \cdot y_p = 0,231 \cdot 1258,61 = 290,74$ zł w 2015 r.).

Warto zauważyć, że wśród rodzin z czworgiem i większą liczbą dzieci zasadniczy spadek poziomu ubóstwa zauważono w latach 2015–2016, natomiast istotny spadek nierówności w tej grupie miał miejsce w latach 2014–2015. Oczywiście jest, że nierówność rozkładu dochodów nie jest jedynym czynnikiem determinującym wielkość ubóstwa; jest nim przede wszystkim poziom średniego dochodu, na którego wzrost miał wpływ realizowany w 2016 r. program „Rodzina 500+”, a także wysoki wzrost gospodarczy. Jednocześnie w 2016 r., w porównaniu z 2015 r., zaobserwowano istotny spadek nierówności w całym rozkładzie dochodów w Polsce, co mogło mieć większy wpływ na sytuację najuboższych gospodarstw domowych (czyli grupy małżeństw z czworgiem i większą liczbą dzieci) niż zmiany nierówności wewnątrz tylko tej grupy.

Wpływ programu „Rodzina 500+” potwierdza również analiza dochodów na jedną osobę w gospodarstwach domowych pobierających świadczenie wychowawcze. W 2016 r. (II–IV kwartał) przeciętne miesięczne dochody na jedną osobę wyniosły 1171 zł i stanowiły 79,4% przeciętnego miesięcznego dochodu rozporządzalnego na osobę ogółem dla Polski. Przeciętna liczba dzieci w wieku 0–17 lat w gospodarstwach domowych biorących udział w badaniu budżetów gospodarstw domowych i pobierających świadczenie „Rodzina 500+” w 2016 r. wynosiła 2,19. Udział tego świadczenia w dochodzie rozporządzalnym gospodarstw domowych osób z dziećmi na utrzymaniu, otrzymujących świadczenie wynosił 16,8%, wśród małżeństw z dziećmi na utrzymaniu – 16,4%, w tym wśród małżeństw z trojgiem oraz z czworgiem i większą liczbą dzieci – aż 24,0%. Małżeństwa z trojgiem dzieci oraz czworgiem lub większą liczbą dzieci w 2016 r. nadal znajdowały się w najtrudniejszej sytuacji materialnej, jednak wystąpiła wyraźna poprawa ich sytuacji dochodowej w stosunku do 2015 r. – wzrost przeciętnego miesięcznego dochodu rozporządzalnego na jedną osobę w tych gospodarstwach wyniósł aż 25,2%.

Można więc zauważyć, że spadek wskaźnika ubóstwa wśród rodzin mających większą liczbę dzieci w 2016 r. nastąpił na skutek następujących zmian: wzrostu średnich dochodów w tych grupach, wzrostu średnich dochodów w stosunku do innych grup, spadku nierówności w obrębie grup rodzin wielodzietnych (głównie w 2015 r.) oraz istotnego spadku nierówności całego rozkładu dochodów w Polsce (a więc nierówności wewnątrz, ale przede wszystkim między grupami gospodarstw domowych), który miał miejsce w 2016 r. Istotność różnic parametrów rozkładu dochodów w grupach rodzin w badanym okresie potwierdziły wyniki parametrycznego testu statystycznego dla wartości średniej.

5. PODSUMOWANIE

Badanie budżetów gospodarstw domowych jest podstawowym źródłem informacji o dochodach, wydatkach, spożyciu oraz o innych aspektach warunków życia określonych grup ludności, a ponieważ prowadzone jest metodą reprezentacyjną, daje możliwość uogólnienia uzyskanych wyników na wszystkie gospodarstwa domowe w Polsce oraz na wyodrębnione według różnych kryteriów grupy. Analiza danych z wykorzystaniem wybranych miar statystycznych, w tym wrażliwego na zmiany nierówności we wszystkich częściach rozkładu indeksu Zengi opartego na dolnej i górnej średniej, pozwala badać wpływ różnych czynników na kształtowanie się poziomu i zróżnicowania dochodów grup gospodarstw domowych wyróżnionych ze względu na cechy społeczno-ekonomiczne, demograficzne i geograficzne. W pracy badano zmiany rozkładów dochodów ekwiwalentnych w grupach rodzin z dziećmi w latach 2014–2016. Na podstawie oszacowanych charakterystyk rozkładu dochodów, obejmujących punktowe i syntetyczne miary nierówności i wskaźniki ubóstwa z klasy FGT, można

stwierdzić, że w 2016 r. pojawiły się znaczące zmiany zarówno w wielkościach średnich dochodów, jak i stopniu nierównomierności rozkładu dochodu ogółem, a także dla poszczególnych grup rodzin, co w efekcie doprowadziło do istotnych zmian w poziomie ubóstwa w grupach rodzin wielodzietnych. Spadek wskaźników określających wielkość, głębokość i intensywność ubóstwa wśród rodzin o największej liczbie dzieci w ostatnim analizowanym roku był niewątpliwie wynikiem wzrostu średnich dochodów w tych grupach oraz zmniejszenia się dysproporcji w stosunku do dochodów innych grup, a także spadku nierówności dochodów zarówno w obrębie grup rodzin wielodzietnych, jak i całego rozkładu dochodów w Polsce.

Należy podkreślić, że korzystne zmiany w rozkładach dochodów zaobserwowane w badanych latach dotyczyły w pewnym stopniu także wszystkich gospodarstw domowych i były wynikiem korzystnej koniunktury gospodarczej, a większy wzrost dochodów w małżeństwach z trojgiem oraz małżeństwach z czworgiem i większą liczbą dzieci, w porównaniu ze wzrostem dochodów w innych grupach gospodarstw, związany był m.in. z realizacją programu „Rodzina 500+”.

LITERATURA

- Bradbury B., Jäntti M., (1999), Child Poverty Across Industrialized Countries, *Journal of Population and Social Security*, 1(supplement), 385–410.
- Dudek H., Landmesser J., (2012), Income Satisfaction and Relative Deprivation, *Statistics in Transition new series*, 12(2), 321–334.
- Gini C., (1914), Sulla Misura della Concentrazione e della Variabilità dei Caratteri, *Atti del R. Istituto Veneto di SS.LL.AA.*, 73, 1203–1248.
- GUS, (2011), *Metodologia badania budżetów gospodarstw domowych*, Główny Urząd Statystyczny, Warszawa.
- GUS, (2015), *Budżety gospodarstw domowych w 2014 r.*, Główny Urząd Statystyczny, Warszawa.
- GUS, (2016), *Budżety gospodarstw domowych w 2015 r.*, Główny Urząd Statystyczny, Warszawa.
- GUS, (2017), *Budżety gospodarstw domowych w 2016 r.*, Główny Urząd Statystyczny, Warszawa.
- Greselin F., Pasquazzi L., Zitikis R., (2013), Contrasting the Gini and Zenga Indices of Economic Inequality, *Journal of Applied Statistics*, 40(2), 282–297.
- Eurostat, (2013), *Household Composition, Poverty and Hardship Across Europe*, Publications Office of the European Union, Luxembourg.
- Fei J., Ranis G., Kuo S., (1979), Growth and the Family Distribution of Income by Factor Components, *Quarterly Journal of Economics*, 92, 17–53.
- Jędrzejczak A., (2012), Estimation of Concentration Measures and Their Standard Errors for Income Distributions in Poland, *International Advances in Economic Research*, 18(3), 287–297.
- Jędrzejczak A., (2014), Income Inequality and Income Stratification in Poland, *Statistics in Transition new series*, 15(2), 269–283.
- Jędrzejczak A., Kubacki J., (2013), Estimation of Income Inequality and the Poverty Rate in Poland by Region and Family Type, *Statistics in Transition new series*, 14(3), 259–378.
- Kordos J., (1973), *Metody analizy i prognozowania rozkładów płac i dochodów ludności*, PWE, Warszawa.

- Kordos J., Lednicki B., Żyra M., (2002), The household sample surveys in Poland, *Statistics in Transition new series*, 5(4), 555–589.
- Kordos J., (2005), *Household surveys in transition countries*. Chap. XXV in: *Household Sample Surveys in Developing and Transition Countries*, United Nations, New York, http://unstats.un.org/unsd/hhsurveys/part2_new.htm.
- Mazurek E., Kośny M., (2010), Influence of child tax credit on inequity of personal income tax in Poland, *International Research Journal of Finance and Economics*, 50, 45–50.
- OECD, (2008), *Growing Unequal? Income Distribution and Poverty in OECD Countries*, Paris.
- OECD, (2011), *Divided We Stand-Why Inequality Keeps Rising*, Paris, www.oecd.org/social/inequality.htm/www.oecd.org/fr/social/inegalite.htm.
- Panek T., (2011), *Ubóstwo, wykluczenie społeczne i nierówności. Teoria i praktyka pomiaru*, Szkoła Główna Handlowa, Warszawa.
- Panek T., (2017), Polaryzacja ekonomiczna w Polsce, *Wiadomości Statystyczne*, 1, 41–61.
- Pyatt G., (1976), On the Interpretation and Disaggregation of Gini Coefficients, *Economic Journal*, 86(342), 243–55.
- Sen A., (1976), Poverty: An Ordinal Approach to Measurement, *Econometrica*, 44, 219–231.
- Vernizzi A., Boesso G., (2004), Family Charges and the Personal Income Tax in Italy and Europe: Some Proposals for Italy, Università degli Studi di Milano (DEPA) Working Paper, 12, 1–49.
- Zenga M., (2007), Inequality curve and inequality index based on the ratios between lower and upper arithmetic means, *Statistica & Applicazioni*, 5(1), 3–27.

Dorota WITKOWSKA¹
Krzysztof KOMPA²

Opieka nad dziećmi i osobami starszymi a wynagrodzenia pracowników w Polsce³

Streszczenie. Sprawowanie opieki nad bliskimi zawsze wiąże się z poświęceniem, które poza utratą bieżących dochodów często oznacza również gorszą pozycję zawodową, a w konsekwencji niższą emeryturę. Celem badania jest próba oceny, czy zjawisko utraty dochodów przez opiekunów osób bliskich (*care penalty*) jest obecne na polskim rynku pracy, a jeśli występuje, to kogo dotyka. Wykorzystano mikrodane z Badania Aktywności Ekonomicznej Ludności (BAEL) 2009Q1 dotyczące osób świadczących pracę w miesiącu poprzedzającym badanie. Opierając się na modelach regresji, które zawierają zmienne objaśniające charakteryzujące pracowników i strukturę ich rodzin oraz atrybuty miejsca pracy, zidentyfikowano czynniki wpływające na płace zatrudnionych. Analiza dotyczyła respondentów ogółem, respondentów z podziałem na płeć oraz kobiet w wieku 25–54 lat. Metodą najmniejszych kwadratów (MKN) oszacowano parametry modeli wynagrodzeń miesięcznych i płac godzinowych, w których zastosowano różne zbiory zmiennych odwzorowujących strukturę rodziny. Zastosowanie zmiennych opisujących strukturę gospodarstw domowych potwierdziło występowanie zjawisk utraty dochodów przez pracujące matki (*motherhood penalty*) i opiekunów starszych krewnych (*eldercare penalty*). Stwierdzono także, że obniżka dochodów opiekunów, w szczególności opiekunów osób starszych, dotyka najczęściej kobiet w wieku 25–54 lat. Wyniki badania świadczą o występowaniu w Polsce tradycyjnego modelu rodziny, w którym rola opiekunów, godzących obowiązki opiekuńcze z pracą zarobkową, przypada głównie kobietom.

Słowa kluczowe: rynek pracy, płace, opieka nad osobami starszymi, opieka nad dziećmi

Childcare and eldercare and Polish employees' remunerations

Abstract. Providing care for one's relatives is always a sacrifice, which, aside from the reduction of income, often entails the worsening of one's professional position and, consequently, a lower pension in the future. The aim of the paper is to establish if the phenomenon of the loss of income by family caregivers (*care penalty*) is observable in the Polish labour market, and if it is, whom it affects. The research was carried out on the basis of the data from the Polish Labour Force Survey (LFS) 2009Q1. Factors affecting employees' income were identified using regression models which contained explanatory variables describing the employees and the structure of their families as well as the characteristics of their workplaces. The analysis was performed separately for all the respondents, according to the respondents' sex, and for female employees aged 25–54. The parameters of the models of monthly and hourly wages which used various sets of variables reflecting the family structure were estimated using the OLS method. Introducing variables representing the structure of households made it possible to observe that both the phenomena of the loss of income by working mothers (*motherhood penalty*) and of the loss of income by caregivers of elderly relatives (*eldercare penalty*) do apply to the Polish labour market. The study also demonstrated that the reduction of caregivers' income, especially that of the caregivers of the elderly, affects mostly women aged 25–54. The results of the research indicate that a vast number of Polish families function according to the traditional model, where it is mostly women who combine the role of a caregiver with their professional career.

Keywords: labour market, wages, eldercare, childcare

JEL Classification: C21, E24, J13, J23

¹ Uniwersytet Łódzki, Wydział Zarządzania, Katedra Finansów i Strategii Przedsiębiorstwa, ul. Matejki 22/26, 90-237 Łódź, Polska, autor prowadzący korespondencję – e-mail: dorota.witkowska@uni.lodz.pl, ORCID: 0000-0001-9538-9589.

² University of Johannesburg, College of Business and Economics, PO Box 524, Auckland Park 2006, RSA, ORCID: 0000-0002-2810-6654.

³ Badania zrealizowano w ramach projektu NCN 2015/17/B/HS4/00930: *Zmiana pozycji kobiet na rynku pracy. Analiza sytuacji w Polsce na tle Unii Europejskiej w latach 2002–2014*. Wyniki badań pilotażowych prezentowano na XXXII Konferencji Taksonomicznej SKAD 2018 w referacie *Czy sprawowanie opieki na dziećmi i osobami starszymi wpływa na płace?*

1. WPROWADZENIE

Sprawowanie opieki nad bliskimi zawsze wiąże się z poświęceniem, które poza utratą bieżących dochodów często oznacza również gorszą pozycję zawodową, a w konsekwencji niższą emeryturę. Słabsza pozycja opiekunów na rynku pracy w porównaniu z bardziej dyspozycyjnymi, pozbawionymi obowiązków opiekuńczych, konkurentami jest konsekwencją braku doświadczenia osób będących opiekunami spowodowanego niższym wymiarem czasu ich pracy (i/lub przerwami w pracy) i skutkiem obaw pracodawców o ich mniejszą efektywność. W rezultacie opiekunowie albo rezygnują z pracy, albo ograniczają jej wymiar lub też godzą się na gorzej płatną pracę, umożliwiającą im jednak sprawowanie opieki nad bliskimi.

Obowiązki opiekuńcze są w Polsce najczęściej sprawowane przez kobiety: matki lub babki małych dzieci, a także córki, synowe, żony i siostry w przypadku osób starszych lub chorych. Z Diagnozy społecznej 2011 wynika, że 98,1% niepracujących zawodowo kobiet opiekowało się dzieckiem, 96,1% zajmowało się domem, a 75,5% sprawowało opiekę nad niepełnosprawnym/starszym członkiem rodziny (Czapiński i Panek, 2012).

W przypadku matek wynika to nie tylko z tradycji, lecz także z istniejącej polityki prorodzinnej, która promuje tradycyjny model rodziny. Przykładowo wprowadzony w 2016 r. program „Rodzina 500+” wpłynął na znaczne obniżenie aktywności ekonomicznej ludności w 2017 r., zwłaszcza młodych kobiet, wśród których Główny Urząd Statystyczny (GUS) odnotował najniższy wskaźnik aktywności zawodowej od 19 lat (Business Insider Polska, 2018). Zmniejszona aktywność na rynku pracy jest skutkiem świadczeń, jakie przysługują rodzicom, a których brakuje w przypadku opieki nad osobami starszymi⁴. Według diagnozy przedstawionej w Założeniach Długofalowej Polityki Senioralnej w Polsce na lata 2014–2020 (Uchwała nr 238 Rady Ministrów z 24 grudnia 2013 r., M.P. 2014, poz. 118) jedna trzecia nieformalnych opiekunów łączy obowiązki opiekuńcze z regularną pracą zawodową, a pozostali są bezrobotni lub zrezygnowali z pracy etatowej, przy czym opiekę tę pełnią najczęściej kobiety w wieku 50–69 lat, będące córkami (37%) lub żonami (20%) osób niesamodzielnych.

Celem badania jest próba oceny, czy zjawisko utraty dochodów przez opiekunów osób bliskich (*care penalty*) jest obecne na polskim rynku pracy, a jeśli występuje, to kogo dotyczy. Wykorzystano mikrodane z Badania Aktywności Ekonomicznej Ludności (BAEL) dotyczące osób świadczących pracę w miesiącu poprzedzającym badanie. Opierając się na modelach ekonometrycznych, które zawierają zmienne objaśniające charakteryzujące pracowników i strukturę ich rodzin oraz atrybuty miejsca pracy, zidentyfikowano czynniki wpływające na płace zatrudnionych. Analiza dotyczy respondentów ogółem oraz z podziałem na płeć, a także podpróby kobiet w wieku 25–54 lat.

⁴ Warto zauważyć, że pomoc finansowa dla osób niepełnosprawnych lub przewlekle chorych wydaje się niewystarczająca, o czym świadczą częste protesty ich opiekunów w latach 2018 i 2019. W przypadku opieki nad osobami starszymi pomoc państwa jest wręcz iluzoryczna (520 zł dla opiekunów starszych osób niepełnosprawnych, ale muszą się oni zrzec całkowicie wszystkich swoich dochodów, tj. wynagrodzenia z pracy, świadczeń emerytalno-rentowych).

2. MODELOWANIE PŁAC

W procesie modelowania płac kluczową kwestią, obok samej postaci modelu, jest dobór zmiennych objaśniających, które reprezentują czynniki wpływające na zarobki. Wyróżnia się trzy grupy czynników wpływających na płace (Witkowska, Kompa i Matuszewska-Janica, 2019):

1. indywidualne cechy pracownika, tj. wiek, staż pracy, typ i poziom wykształcenia, wykonywany zawód, czas poświęcany na pracę, stan cywilny, charakter zatrudnienia, status ekonomiczny i rodzinny, miejsce zamieszkania;
2. cechy przedsiębiorstwa, tj. branża, sektor (publiczny lub prywatny), wielkość przedsiębiorstwa, rodzaj działalności firmy, działalność związków zawodowych;
3. cechy otoczenia, tj. struktura rynku pracy, sytuacja gospodarcza i społeczna w regionie i kraju, rozwiązania dotyczące polityki prorodzinnej (tj. zewnętrznej opieki nad dziećmi, osobami niepełnosprawnymi i starszymi), uwarunkowania kulturowe.

Bogata literatura dotycząca modelowania płac pokazuje, że najczęściej uwzględniane determinanty płac należą do dwóch pierwszych wyżej wymienionych grup. Klasyczne, a zarazem rewolucyjne dla ekonomiki pracy, równanie płac zaproponowane przez Mincer (1958, 1974) zawiera jedynie składowe odnoszące się do poziomu edukacji i stażu pracy. Zastosowanie modelu Mincera do badania wysokości zarobków w Polsce omówiono m.in. w pracach Roszkowskiej i Majchrowskiej (2013, 2014) czy Niedużaka (2014), podkreślając istotne słabości modelu wynikające m.in. z ograniczenia specyfikacji determinant płac do wykształcenia i doświadczenia zawodowego⁵. W badaniach wpływu poziomu edukacji na płace można uwzględniać poziom wykształcenia (np. podstawowe, gimnazjalne, średnie, wyższe), dziedzinę nauki (nauki ścisłe, przyrodnicze, humanistyczne itd.), liczbę lat edukacji. Bada się też wpływ rodzaju szkoły (np. liceum lub technikum, uczelnia państwowa lub prywatna). Według Newella i Sochy (2007) także ukończenie studiów w trybie dziennym ma odzwierciedlenie w zarobkach.

Istotny wpływ na wysokość zarobków ma zawód wykonywany przez pracownika. Istnieją znaczne różnice między wynagrodzeniami pracowników fizycznych (ang. *blue-collar*) i umysłowych (ang. *white-collar*). Takie rozróżnienie było szczególnie ważne w badaniach płac przed transformacją ustrojową (Grajek, 2003), choć nie pozostaje bez znaczenia również dziś. Dla danego zawodu, grupy zaszeregowania lub stanowiska określone są przedziały płacowe, które wyznaczają minimalną i maksymalną wartość wynagrodzenia. Ponadto z analizy Weichselbaumera i Winter-Ebmera (2005) wynika, że w zawodach reprezentowanych przez związki zawodowe uzyskuje się wyższe zarobki i istnieje większy wpływ na kształtowanie płac niż w zawodach bez takiej reprezentacji.

⁵ Szczegółowe omówienie modelu Mincera (modeli płac typu Mincera), wraz z szerokim przeglądem literatury przedmiotu, można znaleźć także w pracach Strawińskiego (2006) i Kaszubowskiego (2013).

W modelu zarobków mogą znaleźć się również zmienne niezależne opisujące model rodziny, stan cywilny rodziców, liczbę dzieci w rodzinie itp. Zakłada się bowiem, że motywacja do pracy zwiększa się, gdy na utrzymaniu pracownika pozostają członkowie rodziny, chociaż sytuacja rodzinna w odmienny sposób wpływa na pracowników w zależności od płci. Przykładowo Strawiński (2006), oprócz zmiennych występujących w modelu Mincer'a, wyróżnił trzy grupy zmiennych kontrolnych. Pierwsza, do której zaliczono płeć i posiadanie rodziny z dziećmi, kontroluje ujemny efekt dochodowy spowodowany występującą na rynku dyskryminacją płacową kobiet oraz efekt dodatni związany z posiadaniem rodziny. Druga grupa zmiennych kontrolnych związana jest z miejscem zamieszkania (województwem, wielkością miejscowości) i odnosi się do zróżnicowania warunków lokalnego rynku. Trzecią grupę zmiennych kontrolnych stanowią charakterystyki wykonywanej pracy, m.in. zawód, a także wielkość miejsca zatrudnienia, rodzaj kontraktu (np. na czas określony lub nieokreślony) i posiadanie pracy dodatkowej (Kompa i Witkowska, 2018).

W modelach uwzględnia się również branże gospodarki (Śliwicki, 2012; Śliwicki i Ryczkowski, 2014; Witkowska i Matuszewska-Janica, 2016). W badaniach Matuszewskiej-Janicy i Witkowskiej (2013) ten właśnie czynnik wraz z poziomem zaszelegowania zawodowego okazał się dominujący w rankingu ważności zmiennych wykorzystanych do grupowania respondentów za pomocą drzew klasyfikacyjnych.

Relatywnie mało jest badań uwzględniających zmienne należące do trzeciej z wymienionych grup czynników wpływających na płace. Przykładowo Jaumotte (2004) oraz Gehringer, Klasen i Witkowska (2014) analizowali wpływ realizowanej polityki rodzinnej na aktywność zawodową, a Montero, Fernandes-Aviles i Medina (2014) kwestię czasu poświęcanego przez matkę i ojca na opiekę nad dziećmi.

Zagadnienie utraty dochodów przez pracującą matkę (*motherhood penalty*) jest przedmiotem wielu analiz, w tym również prowadzonych za pomocą modeli ekonometrycznych, a samo zjawisko wyjaśniane jest na gruncie różnych teorii, np. kapitału ludzkiego czy dyskryminacji (Budig i England, 2001). Przykładowe opracowania z tego zakresu to: Anderson, Binder i Krause (2003), Angelov, Johansson i Lindahl (2013), Budig i Hodges (2010), Brody i Schoonover (1986), Correll, Benard i Paik (2007), Cukrowska-Torzewska i Lovasz (2017), Davies i Pierre (2005), England (2005), Gangl i Ziefle (2009), Napari (2010), Simonsen i Skipper (2006), Zharikova (2006). Natomiast sytuacja polskich gospodarstw domowych została przedstawiona m.in. w pracach: Cukrowskiej (2011), Cukrowskiej-Torzewskiej (2015) oraz Cukrowskiej-Torzewskiej i Lovasz (2016).

Badania dotyczące opieki nad starszymi krewnymi nie są tak liczne i w większości skupiają się na warunkach, w jakich organizowana jest pomoc osobom niesamodzielnym. Warto przy tym zauważyć, że opieka nad ludźmi chorymi, niepełnosprawnymi czy starszymi może być równie absorbująca, jak opieka nad małymi dziećmi i bardzo zróżnicowana – od zapewnienia towarzystwa po pielęgnowanie osób tego wymagających. Występowanie istotnej relacji między sprawowaniem opieki nad starszymi bliskimi i dochodami ich opiekunów stwierdzili m.in.: Couch, Daly i Wolf (1999), Johnson i Lo Sasso (2000, 2006), Muurinen (1986), Soldo i Hill (1995), Stone i Short (1990), Synak (1989), Vittaten (2007, 2010), Wolf i Soldo (1994).

3. ORGANIZACJA BADANIA

W badaniu wykorzystano dane pozyskane z Badania Aktywności Ekonomicznej Ludności (BAEL) 2009Q1 uwzględniając jedynie respondentów, którzy świadczyli pracę w miesiącu poprzedzającym badanie. Baza danych została dodatkowo ograniczona przez usunięcie wszystkich rekordów, w których dane były niekompletne. W rezultacie uzyskano bazę danych o 7044 respondentach, w której znalazło się 3751 mężczyzn i 3293 kobiety, spośród których 2716 było w wieku 25–54 lat⁶. Średnia wysokość miesięcznych zarobków w tej grupie wynosiła 1568,61 zł przy odchyleniu standardowym 845,72 zł (co stanowi 54% średniej).

W badaniu BAEL wysokość wynagrodzenia jest deklarowana przez respondentów, co stanowi istotne ograniczenie realizowanych badań, mimo to dane te są wykorzystywane do modelowania wynagrodzeń (Keane i Prasad, 2006; Newell i Socha, 2007). Natomiast informacje o rzeczywistych poziomach płac godzinowych pozyskuje się od przedsiębiorstw w ramach badania struktury wynagrodzeń (Structure of Earning Survey – SES), które jednak nie dostarcza wielu istotnych informacji dotyczących pracowników i struktury ich rodzin. Modele płac szacowane na podstawie danych SES przedstawili m.in. Śliwicki (2012) oraz Śliwicki i Ryczkowski (2014). Modelowanie płac prowadzi się również na podstawie danych pochodzących z badania budżetów gospodarstw domowych (Grajek, 2003; Strawieński, 2015), a także pochodzących z badania Diagnoza społeczna (Cukrowska, 2011). Zaletą tych ostatnich badań jest ich powtarzalność dla tych samych obiektów (tj. gospodarstw i osób) w kilkuletnich odstępach.

W badaniu prezentowanym w artykule przyjęto upraszczające założenie, że osoby świadczące opiekę zamieszkują jedno gospodarstwo domowe wraz z tymi, którzy tej opieki wymagają. Posiadane dane uniemożliwiają jednak oddzielenie sytuacji, w której osoby starsze (tj. w wieku 65 lat i więcej) zamieszkujące we wspólnym gospodarstwie domowym mogą być z jednej strony osobami wymagającymi opieki, a z drugiej opiekunami małoletnich, np. wnuków.

W celu zbadania wpływu sytuacji rodzinnej na zarobki zbudowano modele ekonometryczne opisujące płace godzinowe oraz dochody miesięczne postaci:

$$\ln(y_i^j) = \sum_{k=1}^K (\alpha_k \cdot x'_{ki}) + \sum_{l=1}^L (\beta_l \cdot x''_{li}) + \sum_{n=1}^N (\gamma_n \cdot x'''_{ni}) + \varepsilon_i$$

gdzie dla każdego i -tego respondenta: y_i^j – płace godzinowe ($j = 1$) lub wynagrodzenia miesięczne ($j = 2$), x'_{ki} – zmienne objaśniające reprezentujące charakterystyki pracowników, x''_{li} – zmienne objaśniające reprezentujące strukturę ich rodzin, x'''_{ni} – atrybuty miejsca pracy, $\alpha_k, \beta_l, \gamma_n$ – parametry strukturalne modelu, K, L, N – liczba zmiennych reprezentujących odpowiednio: charakterystyki pracownika, strukturę ich rodzin i atrybuty miejsca pracy ($K = 24, L = 9, N = 9$), ε_i – składnik losowy.

⁶ Bardziej szczegółowe dane dotyczące tej bazy można znaleźć w pracy (Witkowska i in., 2019). Płace godzinowe wyznaczono na podstawie zadeklarowanych przez respondentów dochodów i przepracowanego czasu pracy.

ZESTAWIENIE 1. ZMIENNE OBJAŚNIAJĄCE REPREZENTUJĄCE CECHY ILOŚCIOWE

Symbol	Oznaczenie	Opis
AGE	x'_{1i}	wiek
	x'_{2i}	kwadrat wieku
NUM	x''_{1i}	liczba osób w rodzinie
	x''_{2i}	liczba osób starszych, tj. w wieku 65 lat i więcej
	x''_{3i}	liczba niepracujących dzieci
	x''_{4i}	liczba dzieci do lat 5 (2)
	x''_{5i}	liczba dzieci w wieku 6–15 lat
	x''_{6i}	liczba dzieci w wieku 16–18 lat
	x''_{7i}	liczba osób pracujących

Źródło: opracowanie własne.

Do opisu logarytmu naturalnego płac godzinowych i wynagrodzeń miesięcznych respondentów wykorzystuje się zarówno cechy ilościowe (zestawienie 1), jak i jakościowe zakodowane w postaci zmiennych zero-jedynkowych (zestawienie 2). Należy zauważyć, że zmienne ilościowe *NUM* oraz binarne *GEN* i *WOR* nie występują we wszystkich szacowanych modelach, do estymacji których wykorzystano cztery próby estymacyjne, tj. zawierające informacje dotyczące (1) tylko kobiet lub (2) kobiet w wieku 25–54 lat, (3) tylko mężczyzn lub (4) wszystkich respondentów.

ZESTAWIENIE 2. ZMIENNE OBJAŚNIAJĄCE REPREZENTUJĄCE CECHY JAKOŚCIOWE

Symbol	Oznaczenie	Opis (liczba wariantów cechy)	Wariant referencyjny
<i>GEN</i>	x'_{3i}	pleć (2)	kobieta
<i>RES</i>	$x'_{4i} \div x'_{6i}$	wielkość miejscowości zamieszkania (6)	miasto poniżej 2 tys. mieszkańców i wieś
<i>EDU</i>	$x'_{9i} \div x'_{13i}$	wykształcenie (6)	niepełne podstawowe lub bez wykształcenia
<i>WOR</i>	$x'_{14i} \div x'_{16i}$	forma zatrudnienia mierzona liczbą godzin przepracowanych w tygodniu (4)	pełny wymiar czasu pracy – 40 godz. tygodniowo
<i>OCU</i>	$x'_{17i} \div x'_{24i}$	zawód (9)	robotnicy przemysłowi i rzemieślnicy
<i>REL</i>	x''_{8i}	status w rodzinie (2)	inna niż głowa rodziny
<i>MAR</i>	x''_{9i}	stan cywilny (2)	niebędąca(-y) w związku
<i>SIZ</i>	$x'''_{1i} \div x'''_{5i}$	wielkość miejsca zatrudnienia mierzona liczbą pracowników (6)	20–49 pracowników
<i>OWN</i>	x'''_{6i}	sektor (2)	prywatny
<i>SEC</i>	$x'''_{7i} \div x'''_{9i}$	branża gospodarki (4)	pozostałe

Źródło: opracowanie własne.

Wszystkie wymienione wyżej zmienne występują w modelach płac, a zmienne reprezentujące strukturę gospodarstw domowych dodatkowo wzbogacają modele wykorzystywane w badaniach nad *care penalty* (Cukrowska-Torzewska, 2015; Heitmueller i Inglis, 2004), przy czym autorzy modeli stosują różne poziomy dezagregacji poszczególnych zmiennych oraz sposoby ich kodowania.

Z danych przedstawionych w tabl. 1 wynika, że w badanej próbie kobiety najczęściej są zatrudnione w usługach, a mężczyźni w przemyśle. Ponad 70% re-

spondentów jest zatrudnionych w pełnym wymiarze czasu pracy niezależnie od płci. Jednak kiedy porówna się inne możliwe wymiary czasu pracy, to okaże się, że kobiety częściej niż mężczyźni pracują mniej godzin tygodniowo. 44% kobiet pracuje w sektorze publicznym, a 72% mężczyzn – w sektorze prywatnym. Kobiety znacznie rzadziej niż mężczyźni są głową gospodarstwa domowego, ale znacznie częściej legitymują się wykształceniem wyższym i pomaturalnym. Natomiast mężczyźni częściej mają wykształcenie zasadnicze zawodowe.

TABLICA 1. STRUKTURA PRÓBY

Cecha		Razem	Mężczyźni	Kobiety	Kobiety w wieku 25–54 lat
		w %			
Pozycja w gospodarstwie domowym	głowa rodziny	48,21	62,94	31,43	30,93
	pozostali	51,79	37,06	68,57	69,07
Pozostający w związku małżeńskim	tak	68,07	70,73	65,05	70,84
	nie	31,93	29,27	34,95	29,16
Wykształcenie wyższe, powyżej doktoratu		0,37	0,32	0,43	0,33
Wykształcenie wyższe		19,02	12,80	26,12	28,24
Wykształcenie pomaturalne		4,13	2,13	6,41	6,70
Wykształcenie średnie		33,69	30,63	37,17	33,36
Wykształcenie zasadnicze		33,83	43,11	23,26	25,44
Wykształcenie podstawowe i gimnazjalne		8,94	10,98	6,62	5,93
Wykształcenie poniżej podstawowego		0,01	0,03	0,00	0,00
Sektor	publiczny	35,48	28,02	43,97	45,32
	prywatny	64,52	71,98	56,03	54,68
Wymiar czasu pracy w tygodniu w godzinach	do 20	4,87	2,83	7,20	5,71
	21–39	6,12	3,41	9,20	8,51
	40	73,04	73,26	72,79	73,86
	41 i więcej	15,97	20,50	10,81	11,93
Branża gospodarki	rolnictwo	2,74	4,21	1,06	1,10
	przemysł	39,10	52,68	23,63	24,41
	usługi	58,04	43,11	75,04	74,23
	inne	0,11	0,00	0,24	0,22

Źródło: obliczenia własne dla próby zbudowanej na podstawie BAEL 2009Q1.

4. WYNIKI BADAŃ

Modele wynagrodzeń oszacowano metodą najmniejszych kwadratów (MNK) na podstawie czterech prób badawczych obejmujących:

- wszystkich respondentów (T);
- mężczyzn (M);
- kobiety (W);
- kobiety w wieku 25–54 lat (WW).

Uzyskane wyniki przedstawiono w tabl. 2–5, które zawierają oceny estymatorów parametrów modeli, skorygowanych współczynników determinacji i oznaczenia poziomu istotności, umożliwiającego odrzucenie hipotezy o zerowej wartości parametru dla poziomu istotności 0,1; 0,05 i 0,01.

Porównując modele oszacowane przy wykorzystaniu różnych prób estymacyjnych, zauważa się wysoki stopień objaśnienia zmienności zarobków przez modele wyjaśniające płace kobiet i wszystkich respondentów oraz niskie wartości tych współczynników w przypadku modeli szacowanych dla próby mężczyzn. Jest to spowodowane identyczną specyfikacją modeli dla kobiet i mężczyzn i oznacza, że w przypadku modeli szacowanych dla mężczyzn istnieją inne (niż w modelach estymowanych dla kobiet) nieuwzględnione zmienne, które wpływają na objaśnienie zmian płac. Zarazem w modelach szacowanych na podstawie wszystkich danych pojawia się dodatkowa (w stosunku do modeli dotyczących pracujących mężczyzn i kobiet) zmienna, tj. płeć, odzwierciedlająca w tym modelu zmienne brakujące w specyfikacji modeli dla mężczyzn.

W tabl. 2–4 przedstawiono wyniki estymacji modeli ekonometrycznych dla obu zmiennych objaśnianych, w których zastosowano nieco inną specyfikację w odniesieniu do zmiennych opisujących strukturę rodziny. Pierwszy model zawiera trzy zmienne: x''_{1i} – liczbę osób w gospodarstwie domowym ogółem, x''_{2i} – liczbę osób powyżej 65. roku życia, x''_{3i} – liczbę niepracujących dzieci.

W drugim modelu w miejsce x''_{1i} wstawiono liczbę osób pracujących x''_{7i} , a zmienną x''_{3i} zdezagregowano na zmienne x''_{4i} – x''_{6i} . W modelach szacowanych dla pracowników według płci zabrakło zmiennej *GEN*, która w modelu estymowanym na podstawie całej próby ma parametr istotnie dodatni, zatem informuje, że mężczyźni zarabiają lepiej niż kobiety zarówno w odniesieniu do dochodów miesięcznych, jak i płac godzinowych (tabl. 2). Z kolei w modelach płac godzinowych brakuje zmiennych informujących o formie zatrudnienia, która determinuje wysokość wynagrodzeń miesięcznych (parametry istotne o oczekiwanych znakach i wartościach⁷).

Biorąc pod uwagę zmienne opisujące:

- cechy pracowników, tj. wiek, miejsce zamieszkania, poziom edukacji, formę zatrudnienia, a także pozycję w rodzinie i stan cywilny, oraz
- charakterystyki miejsca pracy, tzn. wielkość przedsiębiorstwa, sektor i branżę gospodarki oraz zawód,

w większości przypadków obserwuje się – niezależnie od tego, czy model opisuje dochody miesięczne, czy płace godzinowe – niemal identyczny wpływ uwzględnionych w modelach zmiennych objaśniających na obie zmienne objaśniane. Innymi słowy, tylko nieliczne zmienne (tj. sektor gospodarki w modelach płac mężczyzn i płac ogółem, stan cywilny w modelach szacowanych dla ogółu respondentów oraz pojedyncze warianty zmiennych odzwierciedlających wielkość miejscowości zamieszkania, miejsce pracy, zawód i poziom wykształcenia) oddziałują na zdefiniowane zmienne objaśniane w inny sposób, raz wskazując na ich istotny statystycznie wpływ na płace, a w innym modelu będąc zmiennymi nieistotnymi.

⁷ Kobiety pracujące do 20 godz. tygodniowo średnio tracą niemal 40% wynagrodzenia uzyskiwanego przez pracownice na pełnym etacie. Jeśli czas pracy wynosi od 21 do 39 godzin w tygodniu, to utracone wynagrodzenie wynosi około 14% w stosunku do pełnego etatu. Natomiast praca w godzinach nadliczbowych powoduje wzrost wynagrodzenia miesięcznego (w stosunku do płac na pełnym etacie) o 6% dla kobiet, 11% dla ogółu respondentów i 13% w przypadku mężczyzn.

Przykładowo sektor gospodarki w modelach płac mężczyzn i płac ogółem jest nieistotny w przypadku dochodów miesięcznych, ale wskazuje na istotnie większe płace godzinowe uzyskiwane w instytucjach publicznych niż prywatnych.

TABLICA 2. OCENY ESTYMATORÓW PARAMETRÓW: MODELE OSZACOWANE DLA RESPONDENTÓW OGÓŁEM

Zmienne objaśniane		Dochody miesięczne		Płace godzinowe	
		MT1	MT2	MT1	MT2
Zmienne objaśniające					
AGE	wiek	0,0991***	0,1003***	0,0393***	0,0388***
	kwadrat wieku	-0,0011***	-0,0012***	-0,0004***	-0,0004***
GEN	mężczyzna	0,2506***	0,2510***	0,1931***	0,1939***
REL	głowa rodziny	0,0671***	0,0595***	0,0719***	0,0690***
MAR	pozostający w związku	-0,0059	0,0023	0,0631***	0,0609***
RES	miasto powyżej 100 tys. mieszkańców	0,1025***	0,0945***	0,0742***	0,0720***
	miasto 50–100 tys.	0,0435**	0,0317*	0,0207	0,0186
	miasto 10–50 tys.	0,0211	0,0133	-0,0086	-0,0099
	miasto 5–10 tys.	-0,0640***	-0,0715***	-0,0813***	-0,0821***
EDU	miasto 2–5 tys.	0,0165	0,0087	-0,0035	-0,0041
	wykształcenie wyższe powyżej doktoratu	0,6185***	0,6062***	0,4793***	0,4688***
	wykształcenie wyższe	0,3281***	0,3201***	0,2884***	0,2861***
	wykształcenie pomaturalne	0,1172***	0,1147***	0,0701***	0,0706***
	wykształcenie średnie	0,1467***	0,1442***	0,1010***	0,1013***
SIZ	wykształcenie podstawowe i gimnazjalne	-0,0679***	-0,0639***	-0,0959***	-0,0920***
	≤10 pracowników	-0,0380**	-0,0383**	-0,0852***	-0,0860***
	11–19 pracowników	-0,0108	-0,0113	-0,0437***	-0,0452***
	50–100 pracowników	0,0381**	0,0357**	0,0089	0,0077
	101–250 pracowników	0,0570***	0,0564***	0,0314**	0,0308**
OWN	>250 pracowników	0,1241***	0,1215***	0,0971***	0,0954***
	sektor publiczny	0,0039	0,0059	0,0338***	0,0342***
WOR	mniej niż 20 godz. tygodniowo	-0,5795***	-0,5780***	–	–
	od 21 do 40 godz. tygodniowo	-0,2017***	-0,1980***	–	–
	więcej niż 40 godz. tygodniowo	0,1042***	0,1045***	–	–
SEC	rolnictwo	4,7467***	4,7777***	0,9823***	1,0033***
	przemysł	4,8230***	4,8591***	1,0372***	1,0588***
	usługi	4,7641***	4,7989***	1,0006***	1,0222***
OCU	kierownicy	0,4288***	0,4268***	0,3871***	0,3858***
	specjaliści	0,3168***	0,3124***	0,3374***	0,3364***
	technicy	0,1924***	0,1891***	0,1599***	0,1591***
	urzędnicy	0,0791***	0,0784***	0,0290	0,0292
	sprzedaż i usługi	0,0344*	0,0327	-0,0382**	-0,0399**
	rolnicy, rybacy etc.	0,0737	0,0808	0,0112	0,0188
	pracownicy wykwalifikowani	0,0767***	0,0746***	0,0421***	0,0406***
	pracownicy niewykwalifikowani	-0,0880***	-0,0913***	-0,1192***	-0,1196***
NUM	liczba osób w gospodarstwie	0,0218***	–	-0,0121***	–
	liczba dzieci do 5 lat	–	0,0207**	–	0,0081
	liczba dzieci w wieku 6–15 lat	–	0,0015	–	-0,0083
	liczba dzieci w wieku 16–18 lat	–	-0,0513***	–	-0,0345***
	liczba osób powyżej 65 lat	-0,0156	0,0067	0,0143***	-0,0003
	liczba niepracujących dzieci	-0,0245***	–	0,0202**	–
	liczba pracujących	–	-0,0095	–	-0,0471***
R^2 skorygowany		0,997	0,997	0,977	0,977

U w a g a. Poziom istotności: * $\alpha = 0,1$, ** $\alpha = 0,05$, *** $\alpha = 0,001$.

Ź r ó d ł o: jak przy tabl. 1.

**TABLICA 3. OCENY ESTYMATORÓW PARAMETRÓW:
MODELE OSZACOWANE DLA MĘŻCZYZN**

Zmienne objaśniane		Dochody miesięczne		Płace godzinowe	
		MM1	MM2	MM1	MM2
Zmienne objaśniające					
AGE	wiek	0,0292***	0,0297***	0,0228***	0,0232***
	kwadrat wieku	-0,0004***	-0,0004***	-0,0003***	-0,0003***
REL	głowa rodziny	0,0865***	0,0852***	0,0833***	0,0824***
MAR	pozostający w związku	0,1039***	0,1006***	0,1003***	0,0996***
RES	miasto powyżej 100 tys. mieszkańców	0,0752***	0,0730***	0,0722***	0,0693***
	miasto 50–100 tys.	0,0343	0,0325	0,0362	0,0338
	miasto 10–50 tys.	-0,0200	-0,0219	-0,0197	-0,0219
	miasto 5–10 tys.	-0,0802**	-0,0840***	-0,0801**	-0,0838***
EDU	miasto 2–5 tys.	-0,0543	-0,0559*	-0,0598*	-0,0609*
	wykształcenie wyższe powyżej doktoratu	0,5771***	0,5738***	0,5019***	0,4999***
	wykształcenie wyższe	0,2189***	0,2145***	0,2286***	0,2246***
	wykształcenie pomaturalne	0,0795*	0,0767*	0,0482	0,0462
SIZ	wykształcenie średnie	0,0900***	0,0881***	0,0930***	0,0910***
	wykształcenie podstawowe i gimnazjalne	-0,1140***	-0,1091***	-0,1125***	-0,1077***
	≤10 pracowników	-0,0970***	-0,0994***	-0,0995***	-0,1015***
	11–19 pracowników	-0,0761***	-0,0771***	-0,0762***	-0,0771***
OWN	50–100 pracowników	0,0227	0,0196	0,0193	0,0166
	101–250 pracowników	0,0621***	0,0607***	0,0691***	0,0676***
	>250 pracowników	0,1182***	0,1155***	0,1353***	0,1326***
	sektor publiczny	0,0206	0,0212	0,0341**	0,0347**
WOR	mniej niż 20 godz. tygodniowo	-0,7770***	-0,7739***	–	–
	od 21 do 40 godz. tygodniowo	-0,3623***	-0,3616***	–	–
	więcej niż 40 godz. tygodniowo	0,1251***	0,1250***	–	–
SEC	rolnictwo	6,5701***	6,5584***	1,5876***	1,5850***
	przemysł	6,5907***	6,5803***	1,6055***	1,6038***
	usługi	6,5568***	6,5477***	1,5681***	1,5676***
OCU	kierownicy	0,3703***	0,3703***	0,3672***	0,3667***
	specjaliści	0,2789***	0,2800***	0,3052***	0,3061***
	technicy	0,1584***	0,1586***	0,1614***	0,1617***
	urzędnicy	-0,0442	-0,0452	-0,0390	-0,0395
	sprzedaż i usługi	-0,0844***	-0,0864***	-0,0988***	-0,1011***
	rolnicy, rybacy etc.	-0,0799	-0,0745	-0,0835	-0,0788
	pracownicy wykwalifikowani	0,0388**	0,0363**	0,0280*	0,0258
	pracownicy niewykwalifikowani	-0,1487***	-0,1514***	-0,1427***	-0,1451***
NUM	liczba osób w gospodarstwie	-0,0005	–	-0,0002	–
	liczba dzieci w wieku do 5 lat	–	0,0035	–	-0,0006
	liczba dzieci w wieku 6–15 lat	–	-0,0073	–	-0,0120
	liczba dzieci w wieku 16–18 lat	–	-0,0289**	–	-0,0250**
	liczba osób powyżej 65 lat	-0,0028	-0,0035	-0,0007	-0,0004
	liczba niepracujących dzieci	-0,0067	–	-0,0063	–
	liczba pracujących	–	-0,0567**	–	-0,0467**
R^2 skorygowany		0,444	0,446	0,371	0,373

U w a g a. Jak przy tabl. 2.

Ź r ó d ł o: jak przy tabl. 1.

TABLICA 4. OCENY ESTYMATORÓW PARAMETRÓW: MODELE OSZACOWANE DLA KOBIEC

Zmienne objaśniane		Dochody miesięczne		Płace godzinowe	
		MW1	MW2	MW1	MW2
AGE	wiek	0,1439***	0,1463***	0,0448***	0,0458***
	kwadrat wieku	-0,0016***	-0,0017***	-0,0005***	-0,0005***
REL	głowa rodziny	0,0661***	0,0590***	0,0557***	0,0563***
MAR	pozostający w związku	-0,0600***	-0,0444***	0,0423***	0,0408***
RES	miasto powyżej 100 tys. mieszkańców	0,1250***	0,1118***	0,0783***	0,0757***
	miasto 50–100 tys.	0,0464*	0,0293	0,0066	0,0018
	miasto 10–50 tys.	0,0555***	0,0435**	0,0064	0,0042
	miasto 5–10 tys.	-0,0555	-0,0652*	-0,0818***	-0,0826***
EDU	miasto 2–5 tys.	0,1043**	0,0955**	0,0648*	0,0650*
	wykształcenie wyższe powyżej doktoratu	0,6859***	0,6673***	0,4781***	0,4669***
	wykształcenie wyższe	0,4084***	0,4011***	0,3380***	0,3307***
	wykształcenie pomaturalne	0,1521***	0,1539***	0,0909***	0,0876***
SIZ	wykształcenie średnie	0,1883***	0,1881***	0,1028***	0,1017***
	wykształcenie podstawowe i gimnazjalne	-0,0212	-0,0117	-0,0761***	-0,0701***
	≤10 pracowników	-0,0245	-0,0206	-0,0876***	-0,0868***
	11–19 pracowników	0,0404*	0,0406*	-0,0125	-0,0129
OWN	50–100 pracowników	0,0515**	0,0505**	0,0030	0,0021
	101–250 pracowników	0,0479*	0,0481**	-0,0085	-0,0084
	>250 pracowników	0,1125***	0,1118***	0,0502**	0,0491**
WOR	sektor publiczny	-0,0178	-0,0151	0,0156	0,0182
SEC	mniej niż 20 godz. tygodniowo	-0,5182***	-0,5175***	–	–
	od 21 do 40 godz. tygodniowo	-0,1477***	-0,1405***	–	–
	więcej niż 40 godz. tygodniowo	0,0594**	0,0607***	–	–
OCU	rolnictwo	3,5420***	3,5833***	0,6806***	0,6631***
	przemysł	3,6946***	3,7417***	0,8006***	0,7863***
	usługi	3,5733***	3,6174***	0,7523***	0,7362***
NUM	kierownicy	0,6458***	0,6487***	0,4919***	0,4941***
	specjaliści	0,5072***	0,5013***	0,4433***	0,4449***
	technicy	0,3959***	0,3932***	0,2567***	0,2568***
	urzędnicy	0,3329***	0,3294***	0,1668***	0,1668***
	sprzedaż i usługi	0,2867***	0,2857***	0,0909***	0,0901***
	rolnicy, rybacy etc.	0,6532***	0,6901***	0,5303***	0,5395***
	pracownicy wykwalifikowani	0,2270***	0,2245***	0,1252***	0,1231***
pracownicy niewykwalifikowani	0,1184***	0,1178***	-0,0076	-0,0090	
R ²	liczba osób w gospodarstwie	0,0345***	–	-0,0011	–
	liczba dzieci do 5 lat	–	0,0132	–	0,0033
	liczba dzieci w wieku 6–15 lat	–	0,0058	–	-0,0021
	liczba dzieci w wieku 16–18 lat	–	-0,0717***	–	-0,0441***
	liczba osób powyżej 65 lat	-0,0071	0,0264*	0,0042	0,0028
	liczba niepracujących dzieci	-0,0373***	–	-0,0041	–
	liczba pracujących	–	0,0204	–	-0,0489**
	R ² skorygowany	0,997	0,997	0,978	0,978

U w a g a. Jak przy tabl. 2.

Ź r ó d ł o: jak przy tabl. 1.

Należy zauważyć, że we wcześniejszych badaniach szacowano, na podstawie danych BAEL 2009Q1, modele wynagrodzeń miesięcznych o mniejszej liczbie zmiennych, tzn. bez uwzględnienia formy zatrudnienia i zmiennych opisujących strukturę gospodarstw domowych (Witkowska, 2012, 2013). Porównując otrzymane wówczas wyniki z zaprezentowanymi w tabl. 2–4, należy stwierdzić, że uzyskano zgodność ocen parametrów w odniesieniu do zmiennych wspólnych w porównywanych modelach⁸.

Z punktu widzenia założonego celu badania istotne są zmienne opisujące strukturę gospodarstw domowych. Warto w tym miejscu przyrzeć się zmiennej opisującej stan cywilny, która we wszystkich modelach wyjaśniających płace godzinowe ma zawsze istotnie dodatni wpływ na płace. Natomiast w modelach objaśniających wynagrodzenia miesięczne zmienna ta odznacza się nie tylko zróżnicowaną siłą, lecz także odmiennym kierunkiem oddziaływania w przypadku modeli szacowanych na próbie kobiet (istotnie ujemny wpływ) i mężczyzn (wpływ istotnie dodatni). Innymi słowy, zamężne kobiety miesięcznie zarabiają istotnie mniej niż niezamężne. Oznaczać to może, że mając dodatkowe obowiązki rodzinne, ograniczają one czas pracy zawodowej, a jeśli decydują się na pracę zarobkową, to wybierają tę o wyższej płacy za godzinę.

W modelach szacowanych dla mężczyzn (tabl. 3) zmienne opisujące strukturę gospodarstwa w większości przypadków nie odgrywają istotnej roli. Jedynymi, które istotnie wpływają na obniżenie płac, są: liczba osób zatrudnionych (x''_{7i}) oraz liczba dzieci w wieku 16–18 lat (x''_{6i}). Ta ostatnia zmienna w identyczny sposób oddziałuje na płace w pozostałych czterech modelach, w których występuje. Natomiast liczba osób świadczących pracę zarobkową ma w pozostałych modelach (tj. *MT* i *MW*) istotnie ujemny wpływ jedynie na płace godzinowe, ale jest nieistotna, jeśli model opisuje dochody miesięczne.

Z kolei liczba osób w gospodarstwie domowym ma istotnie dodatni wpływ na dochody miesięczne w modelu uwzględniającym wszystkich respondentów oraz kobiety (tabl. 2 i 4), ale istotnie ujemny, jeśli model opisuje płace godzinowe w całej próbie. Wyniki te można zinterpretować jako sytuację, w której większa liczba osób w rodzinie umożliwia zwiększenie czasu pracy zawodowej i nie wymaga poszukiwania lepiej płatnych zajęć.

TABLICA 5. OCENY ESTYMATORÓW PARAMETRÓW: MODELE OSZACOWANE DLA KOBIET W WIEKU 25–54 LAT

Zmienne objaśniające		Warianty modeli			
		<i>MWW1</i>	<i>MWW2</i>	<i>MWW3</i>	<i>MWW4</i>
		Dochody miesięczne			
<i>AGE</i>	wiek	0,2290***	0,2318***	0,2318***	0,2293***
	kwadrat wieku	-0,0027***	-0,0028***	-0,0028***	-0,0027***
<i>REL</i>	głowa rodziny	0,0510***	0,0465***	0,0463***	0,0424***
<i>MAR</i>	pozostający w związku	-0,0402**	-0,0237	-0,0242	-0,0247

⁸ Można tutaj przytoczyć przykładowo oceny estymatorów parametrów stojących przy zmiennych określających branże gospodarki, których wartości w porównywalnych modelach są zbliżone i informują, że wynagrodzenia w rolnictwie, przemyśle i usługach są istotnie większe niż w kategorii „inne”.

TABLICA 5. OCENY ESTYMATORÓW PARAMETRÓW: MODELE OSZACOWANE DLA KOBIET W WIEKU 25–54 LAT (dok.)

Zmienne objaśniające		Warianty modeli			
		MWW1	MWW2	MWW3	MWW4
		Dochody miesięczne			
RES	miasto powyżej 100 tys. mieszkańców	0,1090***	0,1016***	0,1008***	0,0986***
	miasto 50–100 tys.	0,0310	0,0172	0,0164	0,0193
	miasto 10–50 tys.	0,0462**	0,0376**	0,0372**	0,0379**
	miasto 5–10 tys.	-0,0366	-0,0461	-0,0461	-0,0427
	miasto 2–5 tys.	0,0889**	0,0807**	0,0813**	0,0828**
EDU	wykształcenie wyższe powyżej doktoratu	0,3086***	0,2937**	0,2927**	0,3127***
	wykształcenie wyższe	0,3857***	0,3815***	0,3809***	0,3866***
	wykształcenie pomaturalne	0,1411***	0,1440***	0,1432***	0,1441***
	wykształcenie średnie	0,1171***	0,1173***	0,1170***	0,1170***
SIZ	wykształcenie podstawowe i gimnazjalne	0,0274	0,0316	0,0317	0,0276
	≤10 pracowników	-0,0398*	-0,0350	-0,0350	-0,0347
	11–19 pracowników	0,0137	0,0144	0,0143	0,0144
	50–100 pracowników	0,0333	0,0311	0,0314	0,0338
	101–250 pracowników	0,0358	0,0354	0,0356	0,0367
OWN	>250 pracowników	0,0963***	0,0946***	0,0945***	0,0978***
WOR	sektor publiczny	-0,0188	-0,0160	-0,0159	-0,0184
	mniej niż 20 godz. tygodniowo	-0,4326***	-0,4356***	-0,4358***	-0,4315***
	od 21 do 40 godz. tygodniowo	-0,1699***	-0,1654***	-0,1655***	-0,1686***
SEC	więcej niż 40 godz. tygodniowo	0,0578***	0,0593***	0,0592***	0,0572***
	rolnictwo	2,1015***	2,1101***	2,1095***	2,1746***
	przemysł	2,1644***	2,1772***	2,1766***	2,2401***
OCU	usługi	2,0764***	2,0868***	2,0859***	2,1502***
	kierownicy	0,5542***	0,5567***	0,5569***	0,5541***
	specjaliści	0,4457***	0,4402***	0,4404***	0,4392***
	technicy	0,3619***	0,3588***	0,3588***	0,3597***
	urzędnicy	0,2980***	0,2943***	0,2946***	0,2977***
	sprzedaż i usługi	0,2013***	0,1993***	0,1993***	0,2015***
	rolnicy, rybacy etc.	0,5670***	0,6030***	0,6021***	0,5798***
	pracownicy wykwalifikowani	0,1587***	0,1581***	0,1578***	0,1566***
	pracownicy niewykwalifikowani	0,0426	0,0398	0,0405	0,0468
NUM	liczba osób w gospodarstwie	0,0347***	–	–	–
	liczba dzieci do 5 lat	–	0,0079	0,0082	–
	liczba dzieci w wieku 6–15 lat	–	-0,0003	-0,0001	–
	liczba dzieci w wieku 16–18 lat	–	-0,0890***	-0,0892***	–
	liczba osób powyżej 65 lat	-0,0657***	-0,0296**	-0,0298**	-0,0298**
	liczba niepracujących dzieci	-0,0544***	–	–	-0,0180***
	liczba pracujących	–	0,0177	–	–
	R ² skorygowany	0,979	0,979	0,979	0,979

U w a g a. Jak przy tabl. 2.

Ź r ó d ł o: jak przy tabl. 1.

Podobna sytuacja, ale o przeciwnym kierunku, ma miejsce w przypadku zmiennej wyrażającej liczbę niepracujących dzieci w rodzinie. W modelach oszacowanych dla wynagrodzeń miesięcznych kobiet i wszystkich responden-

tów wzrost liczby niepracujących dzieci przyczynia się do istotnego obniżenia dochodów miesięcznych respondentów. Przy czym w przypadku modelu płac godzinowych oszacowanego dla całej próby zmienna ta oddziałuje w sposób istotny i dodatni. Wydaje się zatem, że osoby sprawujące opiekę poszukują lepiej płatnej pracy. Jeśli liczbę nieletnich dzieci podzielić na trzy grupy wiekowe, to symptomem występowania zjawiska *motherhood penalty* są istotnie ujemne wartości ocen estymatorów parametrów stojących przy zmiennej reprezentującej liczbę dzieci w wieku 16–18 lat we wszystkich modelach. Natomiast pozostałe zmienne nie odgrywają istotnej roli, z wyjątkiem modelu opisującego dochody miesięczne wszystkich respondentów, w którym przyczynia się do ich wzrostu.

W przypadku zmiennej dotyczącej liczby osób starszych jedynym istotnym oddziaływaniem jest potencjalny wzrost płac godzinowych dla modelu oszacowanego na podstawie wszystkich danych. Nie można zatem stwierdzić, jak miało to miejsce w przytoczonej literaturze, obniżania się dochodów miesięcznych w sytuacji opieki nad starszymi krewnymi, a tylko zjawisko poszukiwania lepiej płatnych zajęć. W związku z powyższym modele opisujące dochody miesięczne oszacowano na podstawie próby kobiet w wieku 25–54 lat, uwzględniając dwie dodatkowe specyfikacje modelu. W tych modelach (tabl. 5) widoczny jest efekt utraty dochodów w przypadku obecności w rodzinie zarówno osób starszych, jak i niepracujących dzieci, co może świadczyć o istnieniu zjawiska *care penalty* wśród pracujących kobiet w tym przedziale wiekowym, przy czym nie stwierdzono zmniejszenia się płac godzinowych w tej grupie wiekowej.

5. PODSUMOWANIE

Celem badania była *de facto* próba sprawdzenia, czy wśród polskich pracowników występuje zjawisko obniżania się dochodów opiekunów niepracujących dzieci i starszych krewnych. W badaniach pominięto sytuację, w której obowiązki opiekuńcze sprawowane są przez osoby niepracujące zarobkowo. Założono również, że opiekunowie zamieszkują wspólnie z osobami wymagającymi opieki. Analiza modeli dochodów miesięcznych i płac godzinowych, oszacowanych na podstawie zdefiniowanych prób estymacyjnych, pozwala wnioskować, że:

1. większość zmiennych uwzględnionych w omawianych modelach ma statystycznie istotny wpływ na dochody i płace, jednak w przypadku modeli szacowanych dla mężczyzn ich lista nie jest satysfakcjonująca;
2. oceny parametrów przy zmiennych reprezentujących cechy pracowników i miejsc pracy w modelach opisujących płace miesięczne są zgodne z wcześniejszymi badaniami (Witkowska, 2012, 2013), w których nie uwzględniono sytuacji rodzinnej respondentów;
3. uwzględnienie w modelach dodatkowych zmiennych opisujących strukturę gospodarstw domowych potwierdza występowanie zjawisk *motherhood penalty* i *eldercare penalty*.

Stwierdzono ponadto, że obniżka dochodów opiekunów, w szczególności opiekunów osób starszych, dotyka kobiet w wieku 25–54 lat. Wydaje się to zatem potwierdzać występowanie w Polsce tradycyjnego modelu rodziny, w którym funkcję opiekunów, godzących obowiązki opiekuńcze z pracą zarobkową, pełnią głównie kobiety. W konsekwencji to kobiety najczęściej poświęcają karierę zawodową dla opieki nad dziećmi oraz starszymi krewnymi wymagającymi opieki, co potwierdza wnioski pochodzące z innych badań (Czapiński i Panek, 2012; Założenia Długofalowej Polityki Senioralnej w Polsce na lata 2014–2020).

LITERATURA

- Angelov N., Johansson P., Lindahl E., (2013), Is the Persistent Gender Gap in Income and Wages Due to Unequal Family Responsibilities?, *IZA Discussion Papers*, No. 7181.
- Anderson D. J., Binder M., Krause K., (2003), The Motherhood Wage Penalty Revisited: Experience, Heterogeneity, Work Effort, and Work Schedule Flexibility, *Industrial and Labor Relations Review*, 56, 273–294.
- Brody E. M., Schoonover C. B., (1986), Patterns of Parent-Care When Adult Daughters Work and When They Do Not, *The Gerontologist*, 26(4), 372–381.
- Budig M. J., England P., (2001), The Wage Penalty for Motherhood, *American Sociological Review*, 66, 204–225.
- Budig M. J., Hodges M. J., (2010), Differences in Disadvantage: Variation in the Motherhood Penalty Across White Women's Earnings Distribution, *American Sociological Review*, 75(5).
- Business Insider Polska, (2018), Szokujące dane GUS. Aktywność zawodowa kobiet jest najniższa od 19 lat. „500 plus do poprawki”, 26.02.2018, <https://businessinsider.com.pl/twoje-pieniadze/praca/aktywnosc-zawodowa-polakow-gus-a-500-plus-program-do-poprawki/3pye7t5>.
- Correll S. J., Benard S., Paik I., (2007), Getting a job: Is there a motherhood penalty?, *American Journal of Sociology*, 112(5), 1297–1338.
- Couch K. A., Daly M. C., Wolf D. A., (1999), Time? Money? Both? The Allocation of Resources to Older Parents, *Demography*, 36(2), 219–232.
- Cukrowska E., (2011), *Investigating the motherhood penalty in a post-communist economy: evidence from Poland*, master thesis prepared under supervision of Álmos Telegdy, Central European University, Budapest.
- Cukrowska-Torzewska E., (2015), She cares and he earns? The family gap in Poland, *Ekonomia*, 42, 43–47.
- Cukrowska-Torzewska E., Lovasz A., (2016), Are children driving the gender wage gap? Comparative evidence from Poland and Hungary, *The Economics of Transition*, 24(2), 259–297.
- Cukrowska-Torzewska E., Lovasz A., (2017), The Impact of Parenthood on the Gender Wage Gap – a Comparative Analysis of European Countries and Family Policies, *Budapest Working Papers on the Labour Market*, BWP-2017/15.
- Czapiński J., Panek T. (red.), (2012), *Diagnoza społeczna 2011. Warunki i jakość życia Polaków*, Rada Monitoringu Społecznego, Warszawa.
- Davies R., Pierre G., (2005), The Family Gap in Pay in Europe: A Cross-Country Study, *Labour Economics*, 12, 469–486.
- England P., (2005), Gender Inequality in Labor Markets: The Role of Motherhood and Segregation, *Social Politics*, 12, 264–288.

- Gangl M., Ziefle A., (2009), Motherhood, Labor Force Behavior, and Women's Careers: An Empirical Assessment of the Wage Penalty for Motherhood in Britain, Germany and the United States, *Demography*, 46, 341–94.
- Gehring A., Klasen S., Witkowska D., (2014), Labour Force Participation and Family Policies in Europe: An Empirical Study, *Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych*, 15(1), 37–49.
- Grajek M., (2003), Gender pay gap in Poland. *Economics of Planning*, 36(1), 23–44.
- Heitmueller A., Inglis K., (2004), Carefree? Participation and Pay Differentials for Informal Carers in Britain, *IZA Discussion Paper*, No. 1273, Bonn.
- Jaumotte F., (2004), Labour force participation of women: Empirical evidence on the role of policy and other determinants in OECD countries, *OECD Economic Studies*, 37, 2003/2, 51–108.
- Johnson R. W., Lo Sasso A. T., (2000), The trade-off between hours of paid employment and time assistance to elderly parents at midlife, The Urban Institute, Washington DC, <https://www.urban.org/sites/default/files/publication/62491/409366-the-trade-off-between-hours-of-paid-employment-and-time-assistance-to-elderly-parents-at-midlife.pdf>.
- Johnson R. W., Lo Sasso A. L., (2006), The impact of elder care on women's labor supply, *Inquiry*, 43, 195–210.
- Kaszubowski M., (2013), Modele płac typu Mincera na przykładzie pracowników naukowo-dydaktycznych polskich wyższych uczelni publicznych, *Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych*, 14(3), 39–50.
- Keane M. P., Prasad E. S., (2006), Changes in structure of earnings during the Polish transition, *Journal of Development Economics*, 80, 389–427.
- Kompa K., Witkowska D., (2018), Factors affecting men's and women's earnings in Poland, *Economic Research*, 31(1), 252–269.
- Majchrowska A., Roszkowska S., (2013), Czy wykształcenie i doświadczenie zawodowe mają znaczenie? Wyniki równania Mincera dla Polski, *Roczniki Kolegium Analiz Ekonomicznych*, 30, 235–253.
- Matuszewska-Janica A., Witkowska D., (2013), Zróżnicowanie płac ze względu na płeć: zastosowanie drzew klasyfikacyjnych, *Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu – Taksonomia*, 279(21), 58–66.
- Mincer J., (1958), Investment in Human Capital and Personal Income Distribution, *Journal of Political Economy*, 66, 281–302.
- Mincer J., (1974), *Schooling, Experience, and Earnings*, Columbia University Press, New York.
- Montero J. M., Fernandes-Aviles G., Medina M. A., (2014), Using dissimilarity index for analyzing gender equity in childcare activities in Spain, *Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych*, 15(1), 133–141.
- Muurinen J. M., (1986), The Economics of Informal Care: Labor Market Effects in the National Hospice Study, *Medical Care*, 24(11), 1007–1017.
- Napari S., (2010), Is There a Motherhood Wage Penalty in the Finish Private Sector?, *Labour*, 24(1), 55–73.
- Newell A., Socha M. W., (2007), The Polish Wage Inequality Explosion, *The Economics of Transition*, 15(4), 733–758.
- Niedużak M. S., (2014), Dyspersja płac – zastosowanie równania Mincera dla różnych grup zawodowych w Polsce, *Zarządzanie. Teoria i Praktyka*, 2(10), 55–59.
- Roszkowska S., Majchrowska A., (2014), *Premia z wykształcenia i doświadczenia zawodowego według płci w Polsce*, Materiały i Studia nr 302, Instytut Ekonomiczny NBP, Warszawa.
- Simonsen M., Skipper L., (2006), The costs of motherhood: an analysis using matching estimators, *Journal of Applied Econometrics*, 21(7), 919–934.

- Soldo B. J., Hill M. S., (1995), Family Structure and Transfer Measures in the Health and Retirement Study, *Journal of Human Resources*, Special Issue, 108–137.
- Stone R. I., Short P. F., (1990), The Competing Demands of Employment and Informal Caregiving to Disabled Elders, *Medical Care*, 28(6), 513–526.
- Strawiński P., (2006), Zwrot z inwestycji w wyższe wykształcenie, *Ekonomista*, 6, 805–821.
- Strawiński P., (2015), Krzyżowe porównanie danych o wynagrodzeniach z polskich badań przekrojowych, *Bank i Kredyt*, 46(5), 433–462.
- Synak B., (1989), Formal care for elderly people in Poland, *Journal of Cross-Cultural Gerontology*, 4(2), 107–127.
- Śliwicki D., (2012), Czynniki determinujące poziom wynagrodzenia, *Wiadomości Statystyczne*, 10, 1–15.
- Śliwicki D., Ryczkowski M., (2014), Gender Pay Gap in the micro level – case of Poland. *Quantitative Methods in Economics*, 15(1), 159–173.
- Viitaten T. K., (2007), Informal and formal care in Europe, *Sheffield Economic Research Paper Series*, SERP No. 2007010.
- Viitaten T. K., (2010), Informal Elderly Care and Women's Labour Force Participation across Europe: Estimates from the European Community Household Panel, *Economic Analysis and Policy*, 53(2), 127–138.
- Weichselbaumer D., Winter-Ebmer R., (2005), A meta-analysis of the international gender wage gap, *Journal of Economic Surveys*, 19(3), 479–511.
- Witkowska D., (2012), Wage Disparities in Poland: Econometric Models of Wages, *Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych*, 13(2), 115–124.
- Witkowska D., (2013), Gender Disparities in the Labor Market in the EU, *International Advances in Economic Research*, 19(4), 331–354.
- Witkowska D., Matuszewska-Janica A., (2016), Men and women wage differences in Germany and Poland, *International Journal of Science, Innovation and New Technology*, 1(16), 17–24.
- Witkowska D., Kompa K., Matuszewska-Janica A., (2019), *Sytuacja kobiet na rynku pracy. Wybrane aspekty*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź.
- Wolf D. A., Soldo B. J., (1994), Married Women's Allocation of Time to Employment and Care of Elderly Parents, *Journal of Human Resources*, 29(3), 1259–1276.
- Zharikova I., (2006), *Studying the "Motherhood Penalty" for Russia in Transition*, Central European University Department of Economics, Master Thesis Collection.

Emil PANEK¹

O pewnej wersji twierdzenia o wielopasmowej magistrali w niestacjonarnej gospodarce Gale'a

Streszczenie. W zdecydowanej większości prac poświęconych asymptotycznym (magistralnym) własnościom optymalnych procesów wzrostu w stacjonarnych gospodarkach typu Neumanna-Gale'a-Leontiefa obrazem geometrycznym magistrali jest pojedyncza półprosta, nazywana promieniem von Neumanna. Mimo że ani postulat stacjonarności, ani jednoznaczności magistrali produkcyjnej nie są zgodne z obserwacją realnych procesów gospodarczych, lista publikacji poświęconych efektowi magistrali w niestacjonarnych gospodarkach Neumanna-Gale'a-Leontiefa (ze zmienną technologią) oraz wieloma magistralami jest znacznie skromniejsza. Należą do nich w szczególności prace Panka (2017, 2018), w których pojedyncza magistrala produkcyjna w niestacjonarnej gospodarce Gale'a jest zastąpiona przez wiązkę magistrali (magistralę wielopasmową).

Artykuł nawiązuje bezpośrednio do publikacji Panka (2019), prezentującej dwa twierdzenia o magistrali, przy założeniu, że w niestacjonarnej gospodarce Gale'a optymalna struktura produkcji w okresie t pozostaje optymalna także w przyszłości. Obecnie założenie to zostało znacznie osłabione.

Słowa kluczowe: niestacjonarna gospodarka Gale'a, równowaga chwilowa von Neumanna, magistrala wielopasmowa

On a certain version of the multilane turnpike theorem in Gale's non-stationary economy

Abstract. In the vast majority of papers concerning asymptotic (main) properties of the optimal growth processes in Neumann-Gale-Leontief's stationary economies, the geometric image of a turnpike is expressed by a single ray, called von Neumann's ray. Even though neither the postulate of stationariness nor unambiguity of a production turnpike are consistent with the observations of real economic processes, the list of papers devoted to the effect of a multilane turnpike in Neumann-Gale-Leontief's non-stationary economies (with changing technology and multiple lanes) is much more modest. These works include mainly papers by Panek (2017, 2018), where the author replaces a single production turnpike in Gale's non-stationary economy with a multilane turnpike.

This paper draws directly upon the author's earlier work (Panek, 2019), where two turnpike theorems were presented. Both of them were based on the assumption significantly weakened by this paper – that in Gale's non-stationary economy the optimal production structure in period t remains optimal also in the future.

Keywords: Gale's non-stationary economy, von Neumann's temporary equilibrium, multilane turnpike

JEL Classification: C6, O4

¹ Uniwersytet Zielonogórski, Instytut Ekonomii i Finansów, ul. Podgórna 50, 65-246 Zielona Góra, Polska, e-mail: e.panek@wez.uz.zgora.pl, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7950-1689>.

1. WPROWADZENIE

W pracach poświęconych efektowi magistrali w stacjonarnych gospodarkach Neumanna-Gale'a-Leontiefa dowodzi się, że w długich okresach wszystkie optymalne procesy wzrostu „prawie zawsze” przebiegają w pobliżu pojedynczej ścieżki (magistrali), której obrazem geometrycznym w przestrzeni stanów gospodarki jest półprosta zwana promieniem von Neumanna². Mimo że postulat stacjonarności gospodarki nie jest zgodny z obserwacją realnych procesów gospodarczych, lista prac poświęconych efektowi magistrali w gospodarkach niestacjonarnych (ze zmienną technologią) jest znacznie skromniejsza³. Do tej grupy prac należą również artykuły Panka (2017, 2018). Założono w nich, że technologia produkcji w niestacjonarnej gospodarce Gale'a jest zbieżna z czasem do pewnej technologii granicznej, a pojedynczą magistralę produkcyjną zastąpiono wiązką magistrali, którą nazwano magistralą wielopasmową. Kontrowersyjny postulat zbieżności technologii produkcji do pewnej technologii granicznej został uchylony w pracy Panka (2019), w której z kolei obowiązuje założenie, że technologia produkcji optymalna w okresie t pozostaje optymalna również w przyszłości⁴. Obecnie założenie to zostaje osłabione.

2. MODEL. WIELOPASMOWA MAGISTRALA PRODUKCYJNA – NIEKTÓRE WŁASNOŚCI⁵

Interesuje nas n – produktowa gospodarka, w której czas t zmienia się skokowo, $t = 0, 1, \dots$. Przez $x(t) = (x_1(t), \dots, x_n(t)) \geq 0$ oznaczamy wektor towarów zużywanych, a przez $y(t) = (y_1(t), \dots, y_n(t)) \geq 0$ wektor towarów wytwarzanych w gospodarce w okresie t ⁶. Jeżeli technologia, którą dysponuje gospodarka w okresie t , pozwala z nakładów $x(t)$ wytworzyć produkcję $y(t)$, to mówimy, że para $(x(t), y(t))$ opisuje technologicznie dopuszczalny proces produkcji w okresie t . Symbolem $Z(t) \subset R_+^{2n}$ oznaczamy zbiór wszystkich technologicznie dopuszczalnych procesów produkcji w gospodarce w okresie t . Nazywamy go przestrzenią produkcyjną (lub zbiorem technologicznym) gospodarki w okresie t .

Zapis $(x, y) \in Z(t)$ (lub $(x(t), y(t)) \in Z(t)$) oznacza, że w okresie t z nakła-

² Zob. np. Gale (1967), Majumdar (2009), Makarov i Rubinov (1977), McKenzie (1976, 1998, 2005), Mowszowicz (1969), Nikaido (1968), Panek (2003), Takayama (1985). Obszerną bibliografię można znaleźć także w publikacji Panka (2011).

³ Do nielicznych prac poświęconych efektowi magistrali w niestacjonarnych gospodarkach ze zmienną technologią należą m.in. publikacje: Gantz (1980), Joshi (1997), Keeler (1972), Panek (2014a, 2014b, 2015a, 2015b).

⁴ W konsekwencji, towarzysząca jej optymalna struktura produkcji (na wielopasmowej magistrali) w okresie t pozostaje optymalną również w przyszłości. Tak może być, ale tak być nie musi.

⁵ Prezentowany model, poza warunkiem **(GB)**, nie różni się od modelu przedstawionego w pracy Panka (2019).

⁶ Jeżeli $a, b \in R^n$, wtedy odróżniamy warunek $a \geq b$ od $a \geq b$. Warunek $a \geq b$ oznacza, że $\forall i (a_i \geq b_i)$, natomiast $a \geq b$ stanowi, że $a \geq b$ i $a \neq b$.

dów $x(t)$ można w gospodarce wytworzyć produkcję $y(t)$. Zakładamy, że przestrzenie produkcyjne $Z(t)$, $t = 0, 1, \dots$, spełniają następujące warunki:

$$(G1) \quad \forall (x^1, y^1) \in Z(t) \quad \forall (x^2, y^2) \in Z(t) \quad \forall \lambda_1, \lambda_2 \geq 0 \quad (\lambda_1(x^1, y^1) + \lambda_2(x^2, y^2) \in Z(t))$$

(warunek proporcjonalności nakładów i wyników oraz addytywności procesów produkcyjnych),

$$(G2) \quad \forall (x, y) \in Z(t) \quad (x = 0 \Rightarrow y = 0)$$

(warunek „braku rogu obfitości”),

$$(G3) \quad \forall (x, y) \in Z(t) \quad \forall x' \geq x \quad \forall 0 \leq y' \leq y \quad ((x', y') \in Z(t))$$

(możliwość marnotrawstwa nakładów i/lub wyników),

$$(G4) \quad \text{przestrzenie produkcyjne } Z(t) \text{ są zbiorami domkniętymi w } R_+^{2n},$$

$$(G5) \quad Z(0) \neq \emptyset \wedge Z(t) \subseteq Z(t+1)$$

(każdy proces produkcji $(x, y) \in Z(t)$ dostępny w okresie t jest także dostępny w okresie następnym).

Zbiory $Z(t)$, $t = 0, 1, \dots$, są stożkami domkniętymi w R^{2n} z wierzchołkami w 0 mającymi tę własność, że jeżeli $(x, y) \in Z(t)$ oraz $(x, y) \neq 0$, to $x \neq 0$. Dalej interesują nas wyłącznie nietrywialne (niezerowe) procesy $(x, y) \in Z(t) \setminus \{0\}$. Weźmy dowolny okres $t \geq 0$ i proces $(x, y) \in Z(t) \setminus \{0\}$. Nieujemną liczbę

$$\alpha(x, y) = \max\{\alpha \mid \alpha x \leq y\}$$

nazywamy wskaźnikiem technologicznej efektywności procesu (x, y) (w okresie t). Przy przyjętych założeniach $\alpha(x, y) = \min_i \frac{y_i}{x_i}$, funkcja $\alpha(\cdot)$ jest dodatnio jednorodna stopnia 0 na obszarze określoności oraz

$$\begin{aligned} \exists (\bar{x}(t), \bar{y}(t)) \in Z(t) \setminus \{0\} \quad \left(\alpha(\bar{x}(t), \bar{y}(t)) = \max_{(x, y) \in Z(t) \setminus \{0\}} \alpha(x, y) = \alpha_{M, t} \right) \geq 0, \\ \forall \lambda > 0 \quad \left(\alpha(\lambda \bar{x}(t), \lambda \bar{y}(t)) = \alpha(\bar{x}(t), \bar{y}(t)) \right). \end{aligned}$$

Liczbę $\alpha_{M, t}$ nazywamy optymalnym wskaźnikiem technologicznej efektywności produkcji w niestacjonarnej gospodarce Gale'a w okresie t . Proces $(\bar{x}(t), \bar{y}(t))$ nazywamy optymalnym procesem produkcji w okresie t . Proces ten jest określony z dokładnością do mnożenia przez stałą dodatnią (z dokładnością do struktury). Z (G5) płynie wniosek, że:

$$\alpha_{M,t+1} \geq \alpha_{M,t}. \quad (1)$$

Zakładamy, że:

$$(G6) \alpha_{M,0} > 0,$$

co wobec (1) prowadzi do konkluzji, że $\forall t \geq 0 (\alpha_{M,t} > 0)$. Przez

$$Z_{opt}(t) = \{(\bar{x}, \bar{y}) \in Z(t) \setminus \{0\} | \alpha(\bar{x}, \bar{y}) = \alpha_{M,t} > 0\}$$

oznaczamy zbiór wszystkich optymalnych procesów produkcji w okresie t . Zbiory $Z_{opt}(t)$, $t = 0, 1, \dots$ są stożkami zawartymi w $R_+^{2n} \setminus \{0\}$ ⁷. Nietrudno zauważyć, że jeżeli $(\bar{x}, \bar{y}) \in Z_{opt}(t)$, to także $(\bar{x}, \alpha_{M,t}\bar{x}) \in Z_{opt}(t)$ oraz $(\bar{y}, \alpha_{M,t}\bar{y}) \in Z_{opt}(t)$.

O wektorze $s(t) = \frac{\bar{y}(t)}{\|\bar{y}(t)\|}$ mówimy, że charakteryzuje strukturę produkcji w optymalnym procesie $(\bar{x}, \bar{y}) \in Z(t) \setminus \{0\}$ ⁸. Przez $S(t)$ oznacza się zbiór wektorów struktury produkcji we wszystkich optymalnych procesach w okresie t :

$$S(t) = \left\{ s(t) | \exists (\bar{x}(t), \bar{y}(t)) \in Z_{opt}(t) \left(s(t) = \frac{\bar{y}(t)}{\|\bar{y}(t)\|} \right) \right\}.$$

Przy założeniach **(G1)–(G6)** zbiory $S(t)$, $t = 0, 1, \dots$, są niepuste, zwarte i wypukłe (por. twierdzenie 2 w pracy Panka, 2016)⁹. Jeżeli $s = s(t) \in S(t)$, wtedy półprostą

$$N_s^t = \{\lambda s | \lambda > 0\} \subset R_+^n$$

nazywamy pojedynczą magistralą produkcyjną (lub promieniem von Neumanna) w niestacjonarnej gospodarce Gale'a rozpoczynającą się (z początkiem) w okresie t . Zbiór

$$\mathbb{N}^t = \bigcup_{s \in S(t)} N_s^t = \{\lambda s | \lambda > 0, s \in S(t)\} \quad (2)$$

nazywamy wielopasmową magistralą produkcyjną dostępną w niestacjonarnej gospodarce Gale'a od okresu t . Każda taka magistrala jest stożkiem w R_+^n niezawierającym 0.

Jeżeli w niestacjonarnej gospodarce Gale'a spełniającej warunki **(G1)–(G6)** struktura nakładów $\frac{x}{\|x\|}$ lub produkcji $\frac{y}{\|y\|}$ w pewnym procesie $(x, y) \in Z(t) \setminus \{0\}$

⁷ Dowód przebiega podobnie jak dowód twierdzenia 1 w pracy Panka (2016) (po podstawieniu $Z_{opt}(t)$, $\alpha_{M,t}$ zamiast Z_{opt} , α_M).

⁸ Tutaj i dalej: jeżeli $a \in R^n$, to $\|a\| = \sum_{i=1}^n |a_i|$, $\frac{a}{\|a\|} = \left(\frac{a_1}{\|a\|}, \frac{a_2}{\|a\|}, \dots, \frac{a_n}{\|a\|} \right)$.

⁹ Łatwo pokazać, że równoważnie $S(t) = \left\{ s(t) | \exists (\bar{x}(t), \bar{y}(t)) \in Z_{opt}(t) \left(s(t) = \frac{\bar{x}(t)}{\|\bar{x}(t)\|} \right) \right\}$.

różni się od struktury magistralnej, to technologiczna efektywność takiego procesu jest zawsze niższa od optymalnej:

$$\forall (x, y) \in Z(t) \setminus \{0\} \left(\frac{x}{\|x\|} \notin S(t) \vee \frac{y}{\|y\|} \notin S(t) \Rightarrow \alpha(x, y) < \alpha_{M,t} \right) \quad (3)$$

(por. lemat 1 w pracy Panka, 2018).

3. RÓWNOWAGA CHWILOWA VON NEUMANNA

Przez $p(t) = (p_1(t), \dots, p_n(t)) \geq 0$ oznaczamy wektor cen towarów w gospodarce w okresie t . Niech $(x(t), y(t)) \in Z(t) \setminus \{0\}$. Liczbę¹⁰

$$\beta(x(t), y(t), p(t)) = \frac{\langle p(t), y(t) \rangle}{\langle p(t), x(t) \rangle} \geq 0$$

($\langle p(t), x(t) \rangle \neq 0$) nazywamy wskaźnikiem ekonomicznej efektywności procesu $(x(t), y(t))$ w okresie t (przy cenach $p(t)$). O trójce $\{\alpha_{M,t}, (\bar{x}(t), \bar{y}(t)), \bar{p}(t)\}$ spełniającej następujące warunki:

$$\alpha_{M,t} \bar{x}(t) \leq \bar{y}(t), \quad (4)$$

$$\forall (x, y) \in Z(t) (\langle \bar{p}(t), y \rangle \leq \alpha_{M,t} \langle \bar{p}(t), x \rangle), \quad (5)$$

$$\langle \bar{p}(t), \bar{y}(t) \rangle > 0 \quad (6)$$

mówimy, że charakteryzuje niestacjonarną gospodarkę Gale'a w (chwilowej) równowadze von Neumanna. Wektor $\bar{p}(t)$ nazywamy wektorem cen równowagi von Neumanna w okresie t . Z (4) wynika w szczególności, że $\alpha(\bar{x}(t), \bar{y}(t)) = \alpha_{M,t}$, zatem $(\bar{x}(t), \bar{y}(t)) \in Z(t) \setminus \{0\}$ jest optymalnym procesem produkcji w okresie t . Wektor cen równowagi $\bar{p}(t)$ oraz optymalny proces produkcji $(\bar{x}(t), \bar{y}(t))$ w równowadze są określone z dokładnością do mnożenia przez dowolną stałą dodatnią (z dokładnością do struktury). Z (4)–(6) otrzymujemy:

$$\beta(\bar{x}(t), \bar{y}(t), \bar{p}(t)) = \frac{\langle \bar{p}(t), \bar{y}(t) \rangle}{\langle \bar{p}(t), \bar{x}(t) \rangle} = \max_{(x,y) \in Z(t) \setminus \{0\}} \beta(x, y, \bar{p}(t)) = \alpha(\bar{x}(t), \bar{y}(t)) = \alpha_{M,t}.$$

W równowadze chwilowej w każdym okresie t dochodzi do zrównania – na najwyższym możliwym do osiągnięcia przez gospodarkę poziomie – efektywności ekonomicznej produkcji z jej efektywnością technologiczną.

¹⁰ Tutaj i dalej przez $\langle a, b \rangle$ oznaczamy iloczyn skalarny wektorów $a, b \in R^n$: $\langle a, b \rangle = \sum_{i=1}^n a_i b_i$.

□ **Twierdzenie 1. (i)** Jeżeli zachodzą warunki **(G1)–(G6)**, to w każdym okresie t istnieją ceny równowagi chwilowej $\bar{p}(t) \geq 0$ spełniające warunek (5):

$$\forall t \geq 0 \exists \bar{p}(t) \geq 0 \forall (\bar{x}(t), \bar{y}(t)) \in Z_{opt}(t) \forall (x, y) \in Z(t) (\langle \bar{p}(t), y \rangle \leq \alpha_{M,t} \langle \bar{p}(t), x \rangle).$$

(ii) Jeżeli ponadto spełniony jest warunek:

(G7)

$$\forall t \geq 0 \forall (x, y) \in Z(t) \setminus \{0\} \left(\alpha(x, y) < \alpha_{M,t} \Rightarrow 0 \leq \beta(x, y, \bar{p}(t)) = \frac{\langle \bar{p}(t), y \rangle}{\langle \bar{p}(t), x \rangle} < \alpha_{M,t} \right),$$

to wyrażona w cenach $\bar{p}(t)$ wartość produkcji wytworzonej w dowolnym optymalnym procesie $(\bar{x}(t), \bar{y}(t)) \in Z_{opt}(t)$ jest dodatnia, tzn. zachodzi warunek (6).

Dowód. (i) Pokażemy najpierw, że każda przestrzeń produkcyjna $Z(t), t = 0, 1, \dots$, zawiera wektory $(e^i, 0) \in R_+^{2n}$, gdzie $e^i = (0, \dots, 1, \dots, 0) \in R^n$ jest n -wymiarowym wektorem z jedynką na i -tym miejscu, $i = 1, 2, \dots, n$. Ponieważ $Z(0) \subseteq Z(1) \subseteq \dots \subseteq Z(t)$, zatem wystarczy wykazać, że $\forall i \left((e^i, 0) \in Z(0) \right)$. Zbiór $Z(0)$ jest niepusty, więc zawiera pewien proces produkcji $(x, y) \geq 0$. Wówczas, wobec **(G3)**, należą do niego także procesy $(x^{i,k}, 0) = (x + ke^i, 0), i = 1, 2, \dots, n; k = 1, 2, \dots$. Wtedy, zgodnie z **(G2), (G4)**:

$$\begin{aligned} (\xi^{i,k}, 0) &= \left(\frac{x^{i,k}}{\|x^{i,k}\|}, 0 \right) \in Z(0), \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad k = 1, 2, \dots, \\ (\xi^{i,k}, 0) &\xrightarrow{k} (e^i, 0) \in Z(0), \quad i = 1, 2, \dots, n. \end{aligned}$$

Weźmy dowolny okres $t \geq 0$. Jeżeli $(\bar{x}(t), \bar{y}(t)) \in Z_{opt}(t) \subset Z(t) \setminus \{0\}$, to $\alpha_{M,t} \bar{x}(t) \cong \bar{y}(t)$, więc każdy optymalny proces produkcji spełnia warunek (4). Zbiór

$$C(t) = \{c \in R^n \mid c = \alpha_{M,t}x - y, (x, y) \in Z(t)\}$$

jest stożkiem wypukłym w R^n (jako liniowe odwzorowanie stożka $Z(t)$) niezawierającym wektorów ujemnych

$$\exists (x', y') \in Z(t) (c' = \alpha_{M,t}x' - y' < 0).$$

Wówczas:

$$\exists \varepsilon' > 0 \left(\alpha_{M,t} = \max_{(x,y) \in Z(t) \setminus \{0\}} \alpha(x, y) \geq \alpha(x', y') \geq \alpha_{M,t} + \varepsilon' \right),$$

co przeczy definicji optymalnego wskaźnika $\alpha_{M,t}$. Ponieważ procesy $(e^i, 0)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) należą do $Z(t)$, więc

$$c^i = \alpha_{M,t} e^i - 0 = (0, \dots, \alpha_{M,t}, \dots, 0) \in C(t), i = 1, 2, \dots, n$$

(w wektorze c^i liczba $\alpha_{M,t} > 0$ znajduje się na i -tym miejscu). Z twierdzenia o hiperpłaszczyźnie oddzielającej wnioskujemy, że

$$\exists \bar{p}(t) \neq 0 \forall c \in C(t) (\langle \bar{p}(t), c \rangle \geq 0), \quad (7)$$

w szczególności:

$$\langle \bar{p}(t), c^i \rangle = \alpha_{M,t} \bar{p}_i(t) \geq 0, i = 1, 2, \dots, n,$$

czyli $\bar{p}(t) \geq 0$. Warunek (7) jest równoważny z (5).

Dowód części (ii) przebiega podobnie jak w twierdzeniu 1 w pracy Panka (2018) po podstawieniu $(\bar{x}(t), \bar{y}(t)) \in Z_{opt}(t)$, $\alpha_{M,t}$ zamiast $(\bar{x}, \bar{y}) \in Z_{opt}$, α_M . ■

Z twierdzenia płynie ważny wniosek, że w gospodarce spełniającej warunki (G1)–(G7) każda trójka $\{\alpha_{M,t}, (\bar{x}(t), \bar{y}(t)), \bar{p}(t)\}$ z dowolnym procesem $(\bar{x}(t), \bar{y}(t)) \in Z_{opt}(t)$ tworzy stan chwilowej równowagi von Neumanna, tj. spełnia warunki (4)–(6).

Weźmy teraz dowolny wektor towarów $x \geq 0$ i przyjmijmy następującą miarę jego odległości (kątovej) od wielopasmowej magistrali \mathbb{N}^t :

$$d(x, \mathbb{N}^t) = \inf_{x' \in \mathbb{N}^t} \left\| \frac{x}{\|x\|} - \frac{x'}{\|x'\|} \right\|. \quad (8)$$

Zważywszy na definicję magistrali \mathbb{N}^t (zob. (2)), metrykę (8) można zapisać w następującej równoważnej postaci:

$$d(x, \mathbb{N}^t) = \inf_{s \in S(t)} f(x, s), \quad (9)$$

gdzie $f(x, s) = \left\| \frac{x}{\|x\|} - s \right\|$, $s = \frac{x'}{\|x'\|}$, $f \in C^0(R_+^n \setminus \{0\} \times S(t))$ oraz zbiór $S(t)$ jest zwarty.

Konsekwencją warunku (G7) jest następujący lemat nawiązujący do lematu Radnera (1961).

□ **Lemat 1.** Jeżeli zachodzą warunki (G1)–(G7), to

$$\forall \varepsilon > 0 \forall t \geq 0 \exists \delta_{\varepsilon,t} \in (0, \alpha_{M,t}) \forall (x, y) \in Z(t) \setminus \{0\} (d(x, \mathbb{N}^t) \geq \varepsilon \Rightarrow \beta(x, y, \bar{p}(t)) \leq \alpha_{M,t} - \delta_{\varepsilon,t}). \quad (10)$$

Dowód przebiega podobnie jak dowód lematu 2 w pracy Panka (2019)¹¹. ■

¹¹ Por. także twierdzenie 5 w pracy Panka (2016).

Warunek (10) odgrywa istotną rolę przy dowodzie twierdzenia o wielopasmowej magistrali w niestacjonarnej gospodarce Gale'a, które zaprezentowano w kolejnym punkcie.

4. „SŁABY” EFEKT WIELOPASMOWEJ MAGISTRALI

Ustalmy (skończony) zbiór okresów $T = \{0, 1, \dots, t_1\}$, $t_1 < +\infty$. Nazywamy go horyzontem (funkcjonowania) gospodarki. Gospodarka jest zamknięta w tym sensie, że nakłady $x(t+1)$ ponoszone w okresie $t+1$ pochodzą w niej z produkcji $y(t)$ wytworzonej w okresie poprzednim t :

$$x(t+1) \leq y(t), \quad t = 0, 1, \dots, t_1 - 1.$$

Wówczas, zgodnie z **(G3)**, otrzymujemy:

$$(y(t), y(t+1)) \in Z(t+1), \quad t = 0, 1, \dots, t_1 - 1. \quad (11)$$

Przez y^0 oznaczamy ustalony, początkowy, dodatni wektor produkcji w okresie $t = 0$:

$$y(0) = y^0 > 0. \quad (12)$$

O ciągu wektorów produkcji $\{y(t)\}_{t=0}^{t_1}$ spełniającym warunki (11), (12) mówmy, że opisuje (y^0, t_1) – dopuszczalny proces wzrostu (trajektorię produkcji) w niestacjonarnej gospodarce Gale'a z wielopasmową magistralą.

W artykule Panka (2019) zakładano, że każdy wektor produkcji $\bar{y}(t)$ w optymalnym procesie $(\bar{x}(t), \bar{y}(t)) \in Z_{opt}(t)$ jest jednocześnie wektorem nakładów w pewnym optymalnym procesie $(\bar{x}(t+1), \bar{y}(t+1)) \in Z_{opt}(t+1)$ w okresie następnym, $t = 0, 1, \dots, t_1 - 1$:

$$\forall t < t_1 \quad \forall (\bar{x}(t), \bar{y}(t)) \in Z_{opt}(t) \quad \exists (\bar{x}(t+1), \bar{y}(t+1)) \in Z_{opt}(t+1) \\ (\bar{x}(t+1) = \bar{y}(t)).$$

Zgodnie z tym założeniem:

$$\forall \check{t} < t_1 \quad \forall s(\check{t}) \in S(\check{t}) \quad \exists \{\bar{y}(t)\}_{t=\check{t}}^{t_1} \left(\frac{\bar{y}(\check{t})}{\|\bar{y}(\check{t})\|} = s(\check{t}) \wedge (\bar{y}(t), \bar{y}(t+1)) \in Z(t+1), \right. \\ \left. \bar{y}(t+1) = \alpha_{M,t+1} \bar{y}(t), \quad t = \check{t}, \dots, t_1 - 1 \right), \quad (13)$$

co w szczególności oznacza, że $S(t) \subseteq S(t+1)$, czyli $\mathbb{N}^t \subseteq \mathbb{N}^{t+1}$, $t = 0, 1, \dots, t_1 - 1$. Jeżeli ciąg wektorów $\{\bar{y}(t)\}_{t=\check{t}}^{t_1}$ spełnia powyższy warunek, to

$$\bar{y}(t) = \left(\prod_{\theta=\check{t}+1}^t \alpha_{M,\theta}\right)\bar{y}(\check{t}), \quad t = \check{t} + 1, \dots, t_1.$$

Ciąg taki charakteryzuje się stałą w czasie strukturą produkcji:

$$\forall t \in \{\check{t}, \dots, t_1\} \left(\frac{\bar{y}(t)}{\|\bar{y}(t)\|} = \frac{\bar{y}(\check{t})}{\|\bar{y}(\check{t})\|} = s(\check{t}) = \text{const.} \right),$$

dlatego mówimy, że tworzy (\check{t}, t_1) – stacjonarny proces wzrostu leżący na wielopasmowej magistrali $\mathbb{N}^{\check{t}}$. Warunek (13) oznacza, że w gospodarce **każda** technologia produkcji optymalna w okresie $t < t_1$ pozostaje optymalną technologią produkcji wszędzie dalej w przyszłości. To mocne założenie zastąpimy obecnie następującym warunkiem głoścącym, że w gospodarce **istnieje** pewna (przynajmniej jedna) technologia produkcji, która pozostaje optymalna w całym horyzoncie czasu T :

$$\mathbf{(G8)} \exists \{\bar{x}(t), \bar{y}(t)\}_{t=0}^{t_1} \forall t \in T \left((\bar{x}(t), \bar{y}(t)) \in Z_{opt}(t) \right) \wedge \forall t < t_1 (\bar{x}(t+1) = \bar{y}(t)).$$

Jeżeli zachodzi warunek **(G8)**, to (wobec (3), **(G7)**, (11)):

$$\left(\frac{\bar{y}(0)}{\|\bar{y}(0)\|} = \bar{s} \wedge (\bar{y}(t), \bar{y}(t+1)) \in Z(t+1), \bar{y}(t+1) = \alpha_{M,t+1}\bar{y}(t), t = 0, \dots, t_1 - 1 \right),$$

czyli

$$\bar{y}(t) = \left(\prod_{\theta=1}^t \alpha_{M,\theta}\right)\bar{y}(0), \quad t = 1, \dots, t_1. \quad (14)$$

Proces ten w całości leży na promieniu von Neumanna (półprostej):

$$N_s^0 = \{\lambda \bar{s} \mid \lambda > 0\}. \quad (15)$$

Oczywiście, $N_s^0 \in \mathbb{N}^t$ w każdym okresie $t \in T$, ale generalnie

$$\neg \forall t \in \{0, 1, \dots, t_1 - 1\} (\mathbb{N}^t \subseteq \mathbb{N}^{t+1}).$$

Półprostą (15) nazywamy szczytową magistralą (szczytowym promieniem von Neumanna) w gospodarce Gale'a spełniającej warunki **(G1)–(G8)**. Tylko na szczytowej magistrali gospodarka we wszystkich okresach $t \in T \setminus \{0\}$ osiąga najwyższe tempo wzrostu. Jeżeli proces postaci (14) leży na szczytowej magistrali:

$$\bar{y}(t) \in N_s^0, \quad t = 0, \dots, t_1,$$

to dla dowolnej liczby $\lambda > 0$ także

$$\lambda \bar{y}(t) \in N_s^0, \quad t = 0, \dots, t_1.$$

Jeżeli istnieją dwa procesy $\{\bar{y}^1(t)\}_{t=0}^{t_1}$, $\{\bar{y}^2(t)\}_{t=0}^{t_1}$ postaci (14), leżące na szczytowej magistrali, to należy do niej także ich suma:

$$\bar{y}^1(t) + \bar{y}^2(t) \in N_s^0, t = 0, \dots, t_1.$$

Podobnie jak w pracach Panka (2018, 2019) przez $u: R_+^n \rightarrow R^1$ oznaczamy ciągłą, dodatnio jednorodną stopnia 1, wklęsłą i rosnącą funkcję użyteczności, określoną na wektorach produkcji w ostatnim okresie t_1 horyzontu T , spełniającą ponadto następujące warunki¹²:

$$(U1) \exists a > 0 \forall t_1 \forall s \in S_+^n(1)(u(s) \leq a\langle \bar{p}(t_1), s \rangle),$$

$$(U2) \forall s \in S(0)(u(s) > 0).$$

Interesuje nas następujące zadanie wzrostu docelowego:

$$\begin{aligned} & \max u(y(t_1)) \\ & \text{p.w. (11), (12)} \\ & (\text{wektor } y^0 \text{ dany}). \end{aligned} \tag{16}$$

Jego rozwiązanie nazywamy tradycyjnie (y^0, t_1, u) – optymalnym procesem (ścieżką) wzrostu i oznaczamy przez $\{y^*(t)\}_{t=0}^{t_1}$.

Zanim zostanie sformułowane kluczowe dla tej pracy twierdzenie 2 o „słabym” efekcie magistrali w niestacjonarnej gospodarce Gale’a, powróćmy na chwilę jeszcze do lematu 1. Otóż warunki, przy których został on udowodniony, nie wykluczają takiej nierealistycznej sytuacji, gdy dla pewnej liczby $\varepsilon > 0$:

$$\lim_t \delta_{\varepsilon, t} = 0.$$

Sytuacja taka oznaczałaby, że z upływem czasu efektywność ekonomiczna procesów produkcji $(x(t), y(t)) \in Z(t) \setminus \{0\}$ może rosnąć, zbliżając się do maksymalnej:

$$\beta(x(t), y(t), \bar{p}(t)) \xrightarrow{t} \alpha_{M, t},$$

choć struktura nakładów w takich procesach stale różniłaby się co najmniej o ε od struktury magistralnej:

$$d(x(t), \mathbb{N}^t) \geq \varepsilon.$$

¹² Symbolem $S_+^n(1)$ oznaczamy simpleks jednostkowy w R^n . Ponieważ warunek (U1) jest równoważny z następującym: $\exists a > 0 \forall t_1 \forall y \in R_+^n \setminus \{0\} (u(y) \leq a\langle \bar{p}(t_1), y \rangle)$, zatem głosi, że niezależnie od długości horyzontu T funkcję użyteczności można aproksymować (z góry) pewną formą liniową z wektorem współczynników $a\bar{p}(t_1)$; $a > 0$. Warunek (U2) jest równoważny z następującym: $\forall y \in \mathbb{N}^0(u(y) > 0)$. Warunki te spełniają m.in. wybrane dodatnio jednorodne stopnia 1 funkcje użyteczności typu CES.

Dlatego dalej zakładamy, że:

$$(G9) \forall \varepsilon > 0 \exists v_\varepsilon > 0 \forall t \left(\frac{\delta_{\varepsilon,t}}{\alpha_{M,t}} \geq v_\varepsilon \right).$$

Ostatni warunek, który uwzględniono przy dowodzie twierdzenia 3 o wielopasmowej magistrali, dotyczy regularnego rozwoju technologii w gospodarce, co znajduje wyraz w osiągniętej w poszczególnych okresach technologicznej efektywności produkcji. Warunek **(G5)** przewiduje wprawdzie możliwość wzrostu efektywności produkcji w gospodarce, ale nie gwarantuje, że będzie to (przynajmniej na magistrali) wzrost harmonijny, bez skoków i wahań. W długich okresach (w dowolnie długim horyzoncie T) taki regularny, harmonijny rozwój technologii w niestacjonarnej gospodarce Gale'a zapewnia następujący warunek:

$$(G10) \exists \rho > 0 \left(\lim_t \Gamma_t \geq \rho \right),$$

gdzie $\Gamma_t = \frac{\prod_{\theta=1}^t \alpha_{M,\theta}}{\alpha_{M,t}^t}$. Wobec **(G5)** (zob. (1)) ciąg $\{\Gamma_t(t)\}_{t=1}^\infty$ jest nierosnący i ograniczony, $1 \geq \Gamma_t \geq \Gamma_{t+1}$, więc ma granicę $\bar{c} \geq 0$. Warunek **(G10)** wymaga, aby była to granica dodatnia. Wyklucza nie tylko możliwość występowania gwałtownych zmian/skoków wskaźnika technologicznej efektywności produkcji $\alpha_{M,t}$ – a w efekcie tempa wzrostu na magistrali¹³ – ale oznacza istnienie pewnego, niezależnego od długości horyzontu $T = \{0, 1, \dots, t_1\}$, granicznego (górnego) pułapu tempa wzrostu możliwego do osiągnięcia w ogóle przez gospodarkę (Panek, 2019).

□ **Twierdzenie 2.** Jeżeli zachodzą warunki **(G1)–(G10)**, **(U1)**, **(U2)**, to dla dowolnej liczby $\varepsilon > 0$ istnieje taka liczba naturalna k_ε , że liczba okresów, w których (y^0, t_1, u) – optymalny proces wzrostu $\{y^*(t)\}_{t=0}^{t_1}$ spełnia warunek

$$d(y^*(t), \mathbb{N}^{t_1}) \geq \varepsilon, \quad (17)$$

nie przekracza k_ε . Liczba k_ε nie zależy od długości horyzontu T .

Dowód. Weźmy optymalny proces wzrostu $\{y^*(t)\}_{t=0}^{t_1}$. Wobec **(G5)**, (5), (11) mamy:

$$\langle \bar{p}(t_1), y^*(t+1) \rangle \leq \alpha_{M,t_1} \langle \bar{p}(t_1), y^*(t) \rangle, \quad t = 0, 1, \dots, t_1 - 1, \quad (18)$$

$\|\bar{p}(t_1)\| = 1^{14}$. Jeżeli w okresach $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k < t_1$ zachodzi warunek (17), to zgodnie z lematem 1:

¹³ Przy założeniu **(G10)** amplituda wahań tempa wzrostu produkcji na magistrali z czasem maleje (asymptotycznie do 0, przy $t \rightarrow +\infty$).

¹⁴ Ceny von Neumanna (spełniające warunki (4)–(6)) są określone z dokładnością do struktury, dlatego bez ograniczeń możemy przyjąć $\|\bar{p}(t_1)\| = 1$.

$$\langle \bar{p}(t_1), y^*(t+1) \rangle \leq (\alpha_{M,t_1} - \delta_{\varepsilon,t_1}) \langle \bar{p}(t_1), y^*(t) \rangle, \quad t = \tau_1, \dots, \tau_k, \quad (19)$$

gdzie $\delta_{\varepsilon,t_1} \in (0, \alpha_{M,t_1})$. Łącząc (18), (19), dochodzimy do warunku:

$$\langle \bar{p}(t_1), y^*(t_1) \rangle \leq \alpha_{M,t_1}^{t_1-k} (\alpha_{M,t_1} - \delta_{\varepsilon,t_1})^k \langle \bar{p}(t_1), y^0 \rangle,$$

a stąd, wobec **(U1)**:

$$u(y^*(t_1)) \leq a \alpha_{M,t_1}^{t_1-k} (\alpha_{M,t_1} - \delta_{\varepsilon,t_1})^k \langle \bar{p}(t_1), y^0 \rangle, \quad (20)$$

gdzie a jest pewną liczbą dodatnią.

Ponieważ $y^0 > 0$, więc

$$\exists \sigma > 0 (y^0 \geq \sigma \bar{s})$$

(\bar{s} jest wektorem struktury produkcji na szczytowej magistrali (15))¹⁵ i zgodnie z **(G8)** następujący ciąg wektorów produkcji:

$$\tilde{y}(t) = \begin{cases} y^0, & t = 0, \\ \sigma \left(\prod_{\theta=1}^t \alpha_{M,\theta} \right) \bar{s}, & t = 1, \dots, t_1 \end{cases}$$

tworzy (y^0, t_1) – dopuszczalny proces wzrostu, który otrzymujemy po przejściu gospodarki w okresie $t = 1$ ze stanu początkowego y^0 na szczytową magistralę $N_{\bar{s}}^{0,16}$. Wówczas z definicji procesu (y^0, t_1, u) – optymalnego otrzymujemy:

$$u(y^*(t_1)) \geq u(\tilde{y}(t_1)) = \sigma \left(\prod_{\theta=1}^{t_1} \alpha_{M,\theta} \right) u(\bar{s}) > 0. \quad (21)$$

Z (20), (21) dostajemy nierówność:

$$a \alpha_{M,t_1}^{t_1-k} (\alpha_{M,t_1} - \delta_{\varepsilon,t_1})^k \langle \bar{p}(t_1), y^0 \rangle \geq \sigma \left(\prod_{\theta=1}^{t_1} \alpha_{M,\theta} \right) u(\bar{s}) > 0,$$

lub inaczej:

$$\left(\frac{\alpha_{M,t_1} - \delta_{\varepsilon,t_1}}{\alpha_{M,t_1}} \right)^k \geq \frac{\sigma u(\bar{s})}{a \langle \bar{p}(t_1), y^0 \rangle} \cdot \frac{\prod_{\theta=1}^{t_1} \alpha_{M,\theta}}{\alpha_{M,t_1}^{t_1}} = \frac{\sigma u(\bar{s})}{a \langle \bar{p}(t_1), y^0 \rangle} \cdot \Gamma_{t_1},$$

¹⁵ Wystarczy wziąć $\sigma = \min_i \frac{y_i^0}{\bar{s}_i} > 0$.

¹⁶ Dla $t = 1, 2, \dots, t_1$ mamy: $\tilde{y}(t) \in N_{\bar{s}}^0 \in \mathbb{N}^{t_1}$.

z której, wobec **(G9)**, **(G10)** wynika, że:

$$1 > (1 - v_\varepsilon)^k \geq \frac{\sigma \rho c_{min}}{a c_{max}} > 0,$$

$$c_{min} = \min_{s \in S(0)} u(s) > 0, \quad c_{max} = \max_{\substack{p \geq 0 \\ \|p\|=1}} \langle p, y^0 \rangle > 0^{17}. \text{ Wówczas:}$$

$$k \leq \frac{\ln C}{\ln(1-v_\varepsilon)} = A,$$

gdzie $C = \frac{\sigma \rho c_{min}}{a c_{max}} > 0$. W charakterze liczby k_ε , o której mowa w tezie twierdzenia, wystarczy wziąć najmniejszą liczbę naturalną większą od $\max\{0, A\}$. ■

5. UWAGI KOŃCOWE

1^o Twierdzenie 2 pozostaje prawdziwe po zastąpieniu dodatniego wektora produkcji w okresie początkowym w (12) półdodatnim wektorem

$$y^0 \geq 0, \tag{12'}$$

pod warunkiem, że istnieje (y^0, \bar{t}) – dopuszczalny proces wzrostu $\{\check{y}(t)\}_{t=0}^{\bar{t}}$, prowadzący w okresie $\check{t} < t_1$ ze stanu początkowego (12') do szczytowej magistrali $N_{\check{s}}^0$, $\check{y}(\check{t}) \in N_{\check{s}}^0$. Technika dowodu nie zmienia się.

2^o Twierdzenie 2 pozostaje prawdziwe również wtedy, gdy:

- warunek **(G8)** zastąpimy (słabszym) warunkiem:

$$\begin{aligned} \text{(G8')} \quad \exists \bar{t} < t_1 \exists \{\bar{x}(t), \bar{y}(t)\}_{t=\bar{t}}^{t_1} \forall t \in \{\bar{t}, \bar{t} + 1, \dots, t_1\} \left((\bar{x}(t), \bar{y}(t)) \in Z_{opt}(t) \right) \wedge \\ \wedge \forall t \in \{\bar{t}, \bar{t} + 1, \dots, t_1 - 1\} (\bar{x}(t+1) = \bar{y}(t)), \end{aligned}$$

- podobnie jak w pkt 1^o, warunek (12) zastąpimy (słabszym) warunkiem (12'),
- założymy, że istnieje (y^0, \bar{t}) – dopuszczalny proces wzrostu $\{\check{y}(t)\}_{t=0}^{\bar{t}}$, prowadzący w okresie $\check{t} \geq \bar{t}$ ze stanu początkowego (12') do szczytowej magistrali $N_{\check{s}}^{\bar{t}} = \{\lambda \bar{s} \mid \lambda > 0\}$, gdzie $\bar{s} = \frac{\bar{y}(\bar{t})}{\|\bar{y}(\bar{t})\|} \in S(\bar{t})^{18}$.

3^o Jeżeli w niestacjonarnej gospodarce Gale'a, spełniającej warunki **(G1)**–**(G10)**, proces $\{y^*(t)\}_{t=0}^{t_1}$ jest rozwiązaniem następującego zadania maksymalizacji wartości produkcji (mierzonej w cenach von Neumanna) w końcowym okresie horyzontu T :

$$\begin{aligned} \max \langle \bar{p}(t_1), y(t_1) \rangle \\ \text{p.w. (11), (12)} \\ \text{(wektor } y^0 \text{ dany),} \end{aligned} \tag{16'}$$

¹⁷ Liczby $c_{min} > 0, c_{max} > 0$ istnieją, gdyż funkcja $u(\cdot)$ oraz forma liniowa $\langle \cdot, y^0 \rangle$ są ciągłe, a zbiory $S(0)$, $S_+^1(1)$ zwarte.

¹⁸ W tej wersji szczytowa magistrala $N_{\check{s}}^{\bar{t}}$ istnieje od okresu $t = \bar{t}$ (a nie od $t = 0$).

wtedy otrzymujemy następującą wersję twierdzenia o wielopasmowej magistrali:

□ **Twierdzenie 3.** Dla dowolnej liczby $\varepsilon > 0$ istnieje taka liczba naturalna \bar{t} , że każdy optymalny proces wzrostu $\{y^*(t)\}_{t=0}^{t_1}$ (rozwiązanie zadania (16')), który w okresie $\check{t} \geq \bar{t}$ ($< t_1$) dociera do szczytowej magistrali $N_{\varepsilon}^{\bar{t}}$,

$$y^*(\check{t}) \in N_{\varepsilon}^{\bar{t}},$$

w kolejnych okresach $t = \check{t} + 1, \dots, t_1 - 1$ horyzontu T (z wyjątkiem, ewentualnie, ostatniego okresu t_1) zawsze pozostaje w ε – otoczeniu wielopasmowej magistrali $N^{\bar{t}}$ (w sensie metryki (8)).

Dowód przebiega podobnie jak dowód twierdzenia 3 w artykule Panka (2019). ■

LITERATURA

- Gale D., (1967), On optimal development in a multi-sector economy, *Review of Economic Studies*, 34(1), 1–18.
- Gantz D., (1980), A Strong Turnpike Theorem for a Nonstationary von Neumann-Gale Production Model, *Econometrica*, 48(7), 1977–1990.
- Joshi S., (1997), Turnpike Theorems in Nonconvex Nonstationary Environments, *International Economic Review*, 38(1), 225–248.
- Keeler E. B., (1972), A Twisted Turnpike, *International Economic Review*, 13(1), 160–166.
- Majumdar M., (2009), Equilibrium and optimality: Some imprints of David Gale, *Games and Economic Behavior*, 66(2), 607–626.
- Makarov V. L., Rubinov A. M., (1977), *Mathematical Theory of Economic Dynamics and Equilibria*, Springer-Verlag, New York, Heidelberg, Berlin.
- McKenzie L. W., (1976), Turnpike Theory, *Econometrica*, 44(5), 841–866.
- McKenzie L. W., (1998), Turnpikes, *American Economic Review*, 88, 1–14.
- McKenzie L. W., (2005), Optimal Economic Growth, Turnpike Theorems and Comparative Dynamics, w: Arrow K. J., Intriligator M. D. (red.), *Handbook of Mathematical Economics volume 3*, ed. 2, 1281–1355.
- Mowszowicz S. M., (1969), Teoriemy o magistrali w modelach Neumanna–Gale'a (słabaja forma), *Ekonomika i matematičeskie metody*, 5(6), 877–889.
- Nikaido H., (1968), *Convex Structures and Economic Theory*, Academic Press, New York.
- Panek E., (2003), *Ekonomia matematyczna*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej, Poznań.
- Panek E., (2011), O pewnej wersji „słabego” twierdzenia o magistrali w modelu von Neumanna, *Przegląd Statystyczny*, 58(1–2), 75–87.
- Panek E., (2014a), Niestacjonarna gospodarka Gale'a z rosnącą efektywnością produkcji na magistrali, *Przegląd Statystyczny*, 61(1), 6–15.
- Panek E., (2014b), O pewnej wersji twierdzenia o magistrali w gospodarce Gale'a ze zmienną technologią, *Przegląd Statystyczny*, 61(2), 105–114.
- Panek E., (2015a), Zakrzywiona magistrala w niestacjonarnej gospodarce Gale'a. Część I, *Przegląd Statystyczny*, 62(2), 149–163.
- Panek E., (2015b), Zakrzywiona magistrala w niestacjonarnej gospodarce Gale'a. Część II, *Przegląd Statystyczny*, 62(4), 349–360.
- Panek E., (2016), Gospodarka Gale'a z wieloma magistralami. „Słaby” efekt magistrali, *Przegląd Statystyczny*, 63(4), 355–374.

Panek E., (2017), „Słaby” efekt magistrali w niestacjonarnej gospodarce Gale’a z graniczną technologią i wielopasmową magistralą produkcyjną, w: Appenzeller D. (red.), *Matematyka i informatyka na usługach ekonomii*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego, Poznań, 94–110.

Panek E., (2018), Niestacjonarna gospodarka Gale’a z graniczną technologią i wielopasmową magistralą produkcyjną. „Słaby”, „silny” i „bardzo silny” efekt magistrali, *Przegląd Statystyczny*, 65(4), 373–393.

Panek E., (2019), Optimal growth processes in non-stationary Gale economy with multilane production turnpike, *Economics and Business Review*, 5(2), 3–23.

Radner R., (1961), Path of Economic Growth that are Optimal with Regard to Final States: A Turnpike Theorem, *The Review of Economic Studies*, 28(2), 98–104.

Takayama A., (1985), *Mathematical Economics*, Cambridge University Press, Cambridge.

Wspomnienie o profesorze **Andrzeju Stanisławie Barczaku** (1939–2019)

Józef BIOLIK¹



Uroczystość odnowienia doktoratu prof. Barczaka,
29 września 2017 r.

21 maja 2019 r. odszedł od nas ceniony, szanowany przez społeczność akademicką, prawdziwy naukowiec. Człowiek o dużej kulturze osobistej, pogodny i odważny, pełen pasji do wypełniania obowiązków badawczych i dydaktycznych, lubiany przez studentów i młodych pracowników nauki.

Andrzej Stanisław Barczak, wybitny ekonomista i ekonometryk, urodził się w Nowym Bytomiu 4 lutego 1939 r. Po ukończeniu Liceum Ogólnokształcącego im. Adama Mickiewicza w Katowicach w 1957 r. rozpoczął studia w Wyższej Szkole Ekonomicznej (WSE) w Katowicach. W latach 1960–1962 podjął pracę jako asystent-wolontariusz w Katedrze Statystyki WSE, którą kierował wówczas prof. Maksymilian Józef Ziomek. Po ukończeniu studiów w roku 1962

¹ Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach, filia w Rybniku, ul. Rudzka 13, 44–200 Rybnik, Polska, e-mail: jozef.biolik@ue.katowice.pl. Pierwszy doktor wypromowany przez Profesora Andrzeja Stanisława Barczaka, Kierownik Katedry Ekonometrii UE w latach 2009–2016, promotor w postępowaniu odnowienia doktoratu prof. Andrzeja Stanisława Barczaka, dr h.c.

został zatrudniony w Katedrze Statystyki, której nowym kierownikiem był doc. dr hab. Zbigniew Pawłowski. W 1968 r. obronił pracę doktorską *Ekonometryczna analiza kosztów produkcji na przykładzie przemysłu piwowarsko-słodowniczego*, napisaną pod kierunkiem profesora Pawłowskiego. W 1976 r. na podstawie rozprawy habilitacyjnej *Makromodele ekonometryczne a planowanie gospodarki narodowej* i pomyślnego przebiegu kolokwium habilitacyjnego zdobył stopień doktora habilitowanego na Wydziale Przemysłu Akademii Ekonomicznej im. Karola Adameckiego w Katowicach. W lutym 1985 r. otrzymał tytuł naukowy profesora nadzwyczajnego. 14 kwietnia 2005 r. Andrzej Stanisław Barczak przyjął godność doktora honoris causa Akademii Ekonomicznej im. Oskara Langego we Wrocławiu.



Doktorat Honoris Causa Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu dla prof. Andrzeja Barczaka, 14 kwietnia 2005 r.

Profesor Barczak zawsze z oddaniem angażował się w sprawy rozwoju katedry, wydziału i uczelni; był kierownikiem Zakładu Ekonometrii w Instytucie Ekonometrii, prodziekanem i dziekanem Wydziału Przemysłu. W 1981 r. został wybrany na prorektora ds. nauczania, dydaktyki i spraw studenckich. Od 1987 r. kierował Instytutem Ekonometrii, a następnie Katedrą Ekonometrii. Jako kierownik przyczynił się do dynamicznego rozwoju kadrowego Katedry Ekonometrii: w latach 1988–1997 dziesięciu pracowników katedry uzyskało stopień doktora habilitowanego. W 1993 r. społeczność akademicka powierzyła prof. Barczakowi funkcję przewodniczącego Uczelnianej Komisji Wyborczej na kadencję 1993–1996.



Profesor Barczak ze współpracownikami
po promocji habilitacyjnej i doktorskiej, styczeń 1994 r.

W latach 1996–2003 profesor Barczak był również kierownikiem Zakładu Mikroekonomii w Instytucie Zarządzania Wydziału Zarządzania i Komunikacji Społecznej Uniwersytetu Jagiellońskiego (WZiKS UJ).

Andrzej Stanisław Barczak prowadził zajęcia z ekonometrii, teorii prognozowania, metodologii badań naukowych i mikroekonometrycznej analizy działalności firm na Uniwersytecie Ekonomicznym w Katowicach oraz w Górnośląskiej Wyższej Szkole Handlowej im. W. Korfańskiego w Katowicach, zaś w latach 1996–2005 wykładał mikroekonomię i ekonomię na WZiKS UJ w Krakowie. Od roku 2009 do czasu rezygnacji w 2012 r. był rektorem Śląskiej Wyższej Szkoły Zarządzania im. gen. Jerzego Ziętka w Katowicach.

Był kontynuatorem idei i liderem katowickiej szkoły ekonometrycznej stworzonej przed laty przez profesora Pawłowskiego. Czynn timer uczestniczył i współorganizował Letnie Szkoły Ekonometrii oraz Konferencje Statystyków, Ekonometryków i Matematyków Uczelni Ekonomicznych Polski Południowej.

Osiągnięcia prof. Barczaka w zakresie kształcenia kadry są ogromne. Wypromował 16 doktorów i ponad 600 magistrów, był recenzentem 75 prac doktorskich i ponad 50 prac habilitacyjnych, jak również recenzował 28 wniosków o tytuł naukowy oraz cztery wnioski o tytuł doktora honoris causa.

Ważnym obszarem aktywności prof. Barczaka było reprezentowanie Wydziału poprzez funkcje pełnione w Radzie Głównej Szkolnictwa Wyższego (1987–1998), Centralnej Komisji ds. Stopni Naukowych i Tytułu Naukowego przy Prezesie Rady Ministrów oraz Komisji Konkursowej Komitetu Badań Naukowych (1994–2006).

Profesor Barczak jako uznany autorytet naukowy był od 1976 r. wybierany do Komitetu Statystyki i Ekonometrii PAN; od 1993 r. zasiadał w jego Prezydium, a w latach 2007–2010 był jego przewodniczącym. W latach 2006–2014 pełnił także funkcję prezesa katowickiego oddziału Polskiego Towarzystwa Ekonomicznego oraz członka Prezydium Zarządu Krajowego. Był również członkiem

wielu innych towarzystw naukowych, m.in. The Econometric Society, The European Economic Association, The Royal Economic Society, Polskiego Towarzystwa Statystycznego, Polskiego Towarzystwa Prakseologicznego, Towarzystwa Naukowego Organizacji i Kierowania, Komitetu Nauk Ekonomicznych PAN (w latach 1996–1999 i 2007–2010), Polskiej Akademii Umiejętności w Krakowie oraz Towarzystwa Popierania i Krzewienia Nauki.



Posiedzenie Komitetu Ekonometrii i Statystyki PAN
w Katowicach, czerwiec 2004 r.

Ze względu na osiągnięcia naukowe prof. Barczak był wybierany do Naukowej Rady Statystycznej GUS (1981–2005), Komisji Matematycznej GUS (1976–1981) i Komisji Nagród Naukowych przy Prezesie Rady Ministrów (1994–1997). Zasiadał w radach programowych czasopism naukowych: „Przeglądu Statystycznego”, „Gospodarki Narodowej”, „Śląskiego Przeglądu Statystycznego” oraz „Journal of Economics & Management”.

Oprócz działalności naukowo-dydaktycznej prof. Barczak angażował się w rozwiązywanie społeczno-gospodarczych problemów regionu. Był moderatorem Programu Regionalnej Polityki Gospodarczej Górnego Śląska oraz głównym negocjatorem strony społecznej Kontraktu Regionalnego dla województwa katowickiego, przewodniczącym rady nadzorczej Funduszu Górnośląskiego S.A. (1997–1999), a także członkiem rad nadzorczych kilku spółek akcyjnych: Kompanii Węglowej S.A. w Katowicach, Eurofaktora S.A. w Mysłowicach oraz Akcept S.A. w Mysłowicach. W 2008 r. został powołany w skład rady programowej Radia Katowice oraz wybrany na jej przewodniczącego. Pełnił funkcję doradcy wojewody śląskiego, a także doradcy prezydenta miasta Katowice. Zajmował się popularyzacją wiedzy ekonomicznej jako komentator w prasie, radiu i telewizji.

Zainteresowania naukowe Andrzeja Stanisława Barczaka były bardzo rozległe. W początkowym okresie pracy naukowej koncentrowały się wokół problemów funkcji produkcji, ekonometrycznej analizy kosztów produkcji oraz budowy modeli gospodarki Polski. Profesor Barczak był współtwórcą pierwszego modelu ekonometrycznego gospodarki Polski.

Następnym obszarem zainteresowań naukowych prof. Barczaka były związki makromodeli z planowaniem gospodarki narodowej oraz wykorzystanie modeli ekonometrycznych w prognozowaniu wykonania planów gospodarczych.

W latach 80. zainteresowania badawcze prof. Barczaka dotyczyły kwestii ekonometrycznego modelowania funkcjonowania przedsiębiorstwa oraz analiz społecznych – badań warunków życia i ekonomicznych skutków alkoholizmu. Transformacja gospodarki Polski wyznaczyła nowe obszary zainteresowań prof. Barczaka związanych z gospodarką regionu, takie jak zagadnienia regionalnych rachunków narodowych, statystyczno-ekonometryczna analiza śląskiego rynku pracy oraz analiza i modelowanie rozwoju społeczno-gospodarczego województwa śląskiego na przełomie XX i XXI w.

Profesor Barczak był wielokrotnie odznaczany i wyróżniany za wybitne osiągnięcia naukowe, dydaktyczne oraz w zakresie kształcenia kadr naukowych. Został uhonorowany Krzyżem Oficerskim i Kawalerskim OOP, Złotym i Srebrnym Krzyżem Zasługi oraz Medalem Komisji Edukacji Narodowej. Za osiągnięcia naukowe otrzymał pięć nagród Ministra. W 2010 r. Minister Nauki i Szkolnictwa Wyższego przyznała mu prestiżową nagrodę za całokształt w dziedzinie nauk ekonomicznych.

29 września 2017 r. odbyła się uroczystość odnowienia doktoratu prof. Barczaka.



Uroczystość odnowienia doktoratu, 29 września 2017 r.

Mimo postępującej choroby i utraty sił prof. Barczak był do końca aktywny 9 kwietnia 2019 r. uczestniczył w obradach LV Konferencji Statystyków, Ekonometryków i Matematyków Uczelni Ekonomicznych Polski Południowej, a 16 kwietnia brał udział w posiedzeniu Polskiej Akademii Umiejętności w Krakowie.

Nawet tak skrótowa charakterystyka osiągnięć naukowych, dydaktycznych i organizacyjnych prof. Barczaka budzi szacunek i uznanie. W opinii przedstawicieli środowisk akademickich i gospodarczych prof. Barczak pozostanie szanowanym i niekwestionowanym autorytetem w ekonometrii i statystyce, a także w naukach ekonomicznych.

Profesor Barczak wspominał:

Muszę powiedzieć, że zawsze miałem szczęście w życiu. Urodziłem się we właściwym czasie i spotkałem właściwych ludzi. Tego właśnie chciałbym życzyć każdemu, by wszyscy spotykali właściwych mistrzów, by dzielili idee naukowe, aby to wszystko doprowadziło do celu i aby badania naukowe sprawiały radość.

Mój ojciec zmarł, kiedy miałem 6 lat, i od tego czasu stałem się dorosłym, bo musiałem pomagać mamie i pracować po to, żeby utrzymać mamę i siebie².

Udzielał korepetycji z matematyki i sprzedawał papierosy. Stąd sam zaczął palić, by rzeczowo odpowiadać na pytania o gatunki sprzedawanych papierosów.

Do sukcesu prof. Barczaka przyczyniły się matka Jadwiga oraz małżonka Mirosława, o których opowiadał:

Moja mama towarzyszyła mi, kiedy byłem w szkole podstawowej, jak również wtedy, kiedy zdecydowałem sam – za namową nauczycieli – o pójściu do liceum. Popierała mnie w czasie studiów, przeżywała moje egzaminy, doktorat, habilitację. Moja mama była ze mną zawsze i jest ze mną do dzisiaj.

Wielkie i nie do przecenienia zasługi w utworzeniu prawdziwego domu, prawdziwej przystani także w czasie stresów ma moja małżonka, dzięki której mogę normalnie pracować i realizować wszystkie marzenia.



Z małżonką Mirosławą w czasie konferencji z okazji 70-lecia prof. Barczaka w Podlesicach w marcu 2009 r.

² Tu i dalej: fragmenty wywiadów z prof. Barczakiem w „Forum Biuletyn Akademii Ekonomicznej w Katowicach”, nr 5/2003 oraz nr 13–14/2005.

Poczucie przyjaźni i pomocy jest bardzo potrzebne, gdyż wspiera w procesie tworzenia. Dlatego też tak bardzo wspieram młodych naukowców i dbam o to, by zawierali oni przyjaźnie nie tylko w obrębie katedry, ale także pomiędzy katedrami i ośrodkami.

Trzeba bardzo dużo czytać, słuchać krytycznych uwag studentów podczas wykładów, gdyż są to młode umysły, które krytycznie patrzą na świat i mogą zainspirować do ciekawych pomysłów. Jeżeli jest się otwartym, można się nie lekkać. Czyli pracuj i słuchaj.

Kiedy mam wolną chwilę, to czytam. Dużo czytam, gdyż jestem człowiekiem ukształtowanym przez książki, a nie przez telewizję. Przy dobrym espresso mogę czytać dobrą książkę.

Profesor Barczak interesował się nie tylko ekonomią, lecz także kosmologią. Ostatnio zgłębiał dzieła ks. prof. Michała Hellera.

Co do swojej fryzury, wspominał:

Zadecydowała rzecz dziwna. Byłem głównym negocjatorem Kontraktu dla Województwa Katowickiego, jako strona społeczna. Wtedy nie miałem czasu na strzyżenie i urosły mi włosy. Kiedy podpisywaliśmy umowę z ówczesnym premierem Oleksym, powiedziałem, że gdy w Polsce będzie funkcjonować właściwa polityka regionalna, to ja pójdę do fryzjera. I dlatego mam długie włosy.

Lubił mocną kawę z cukrem; gdy kawa była gorszej jakości, wybierał wodę. W czasie prowadzenia zajęć na UJ wspominał: „mam ulubione kawiarenki w Krakowie, gdzie mnie dobrze znają. Tam nie muszę nic mówić, siadam i dostaję espresso”.

W wolnych chwilach chodził na koncerty, co także wspominał: „muzyką klasyczną zajmowałem się od zawsze. Kiedyś byłem prezesem Towarzystwa Popierania Narodowej Orkiestry Symfonicznej Polskiego Radia”.

W rozmowach prof. Barczak często przywoływał swoje dawne pasje. Jedną z nich była szermierka. Przygoda z szermierką rozpoczęła się w Pałacu Młodzieży w Katowicach, gdzie zorganizowano sekcję szermierczą, a pierwszym trenerem został pan Chałupka. Był to nie tylko profesjonalny szkoleniowiec, lecz także znakomity wychowawca. Jak wspominał prof. Barczak, „po wygraniu tych kwalifikacji zostałem przekazany do klubu KS Baildon, który miał silną sekcję szermierczą z mistrzami Polski we wszystkich broniach”. Marzeniem przyszłego uczonego była szabla, ale ostatecznie bronią pozostała szpada. Trenerem został Teodor Zaczyk, mistrz Polski z lat 1938 i 1947. Treningi odbywały się codziennie od 16 do 21, z wyjątkiem sobót i niedziel. Profesor stwierdził, że codzienne ćwiczenia, a szczególnie trening bezpośredni „na klindze” u trenera Zaczyka, dały mu, prócz techniki szermierczej, wielką wytrzymałość oraz refleks. Po ukończeniu studiów i podjęciu pracy w Katedrze Statystyki młody asystent Andrzej Barczak poprosił ówczesnego kierownika katedry Zbigniewa Pawłow-

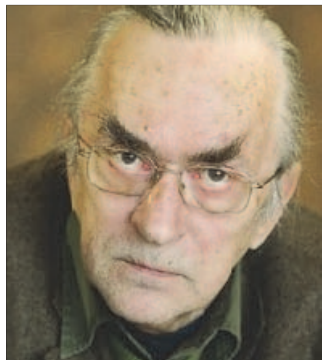
skiego o roczny urlop, aby móc przygotować się do Olimpiady w Meksyku. Wymagający zwierzchnik kazał mu wybrać między zawodami a doktoratem. Andrzej Barczak wybrał doktorat i tak zakończyła się jego przygoda ze sportem, a rozpoczęła – z nauką. Byliśmy jej świadkami i współuczestnikami.

Profesor Barczak był zakochany w Alpach. Dużo podróżował samochodem; zwiedzał Szwajcarię, Francję, Włochy, Austrię. Był koneserem francuskiego wina. Pielęgnował tradycje akademickie.

Odszedł od nas człowiek prawy o rzadko spotykanej charyzmie, ceniony i szanowany przez społeczność akademicką, media i środowiska gospodarcze.

„Chłopiec z papierosami”, czyli Andrzej Stanisław Barczak (1939–2019)

Antoni SMOLUK¹



Profesor Andrzej Barczak urodził się 4 lutego 1939 r. w Rudzie Śląskiej. Zmarł 21 maja 2019 r. w Katowicach. Pogrzeb odbył się 25 maja. Mszę żałobną odprawiono w kościele parafialnym św. Józefa Robotnika. Przybyło około 200 żałobników. Nie było oficjalnych przemówień, jedynie ksiądz wspominał w kazaniu o dokonaniach zmarłego. Urnę z prochami złożono do grobu matki, w głównej alei pobliskiego cmentarza parafialnego.

Żyjemy wśród niezwykłych, wybitnych ludzi, przeważnie nie odczuwając tego danego nam uprzywilejowania i wyróżnienia. Odwrotna perspektywa zamienia przeciętniaków z krajów dalekich w olbrzymów, zaś skarła miejscowych gigantów. Gdy prawdy i wielkości szuka się daleko, nie dostrzega się skarbów na wyciągnięcie ręki; ta zadziwiająca krótkowzroczność jest powszechna szczególnie w Polsce. Według smutnej skargi Jezusa nikt nie jest prorokiem we własnym kraju. Andrzej był.

Andrzej Barczak pojawił się po raz pierwszy w naszym życiu wczesną wiosną 1965 r. na seminarium inauguracyjnym słynną dziś serię Konferencji Polski Południowej. Była to historyczna chwila dla ekonometryków, matematyków i statystyków z uczelni ekonomicznych Katowic, Krakowa i Wrocławia. Od tej pory spotykaliśmy się już często na różnych zgromadzeniach; szczególnie ważne były zakopiańskie konferencje prof. Aleksandra Zeliasia. W Zakopanem był czas na rozmowy dotyczące się nauki i sztuki, mieszkańców Podhala, a także wszystkich innych aktualnych kwestii. Andrzej uwielbiał Podhale i zachwycał się góralską kulturą, pięknym folklorem, niezwykłym poczuciem godności ludzi gór. Nosił na piersiach wyłoczoną z blachy mosiężnej góralską ozdobę przypominającą parzenice i szarotki. Widział Podhale podobnie jak ksiądz prof. Józef Tischner. W swoim czasie Elżbieta Stolarska rozczytywała się w pismach Tischnera i polecała je kolegom. Tischner był w modzie. Andrzej miał – nie inaczej niż ksiądz Tischner – za przyjaciółkę mądrą gaździnę, u której mieszkał, dzieląc stół z gospodarzami. Z gaździną prowadził długie rozmowy na wszystkie możliwe tematy. Kuchnię

¹ Emerytowany Profesor Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu.

góralską uważał za jedną ze smaczniejszych. Uważał, że górale to ludzie honoru, przepełnieni radością życia, których cechuje umiłowanie prawdy i ciekawość, przy czym nieobcy jest im szacunek do odmiennych poglądów i tolerancja; przebywają oni wśród groźnej, potężnej, magicznej przyrody. Surowa natura wyrabia twardego charakter, zmusza do ciężkiej pracy i utrzymywania porządku. W góry od czasów romantyzmu ciągnął kwiat polskiej młodzieży. Staszic w górach szukał bogactw naturalnych, Andrzej – wrażeń estetycznych, spokoju i natchnienia. *Pieśń o ziemi naszej* romantycznego poety Wincentego Pola wzywała:

W góry! W góry miły bracie!
Tam swoboda czeka na cię.
Na szałas do pasterzy,
Gdzie ze źródła woda bieży,
Gdzie się serce sercem mierzy... (Pol, 1919, s. 46).

Pol był m.in. twórcą metrologii serdecznej. Człowieka można zmierzyć tylko sercem; jak wszędzie, tak i w stosunkach międzyludzkich możliwy jest wzorzec pomiaru. Dzięki Zbigniewowi Pawłowskiemu Andrzej pokochał również Kotlinę Kłodzką, która była miejscem ich wspólnych wędrówek.

Decydujący wpływ na jego życie mieli matka, żona i Zbyszek – profesor Zbigniew Pawłowski, przyjaciel, mistrz i kolega. Andrzej darzył go szacunkiem godnym ojca; chociaż byli w znakomitej komitywie, mówił o nim: „Mój Profesor”. Pierwszym autorytetem Andrzeja była jednak matka. Miał z nią nadzwyczaj serdeczny kontakt przez całe życie, do 2004 r., w którym w wieku 102 lat zmarła. Była osobą niezwykłą – doświadczoną przez życie, której mądrość doskonale uzupełniała szeroką wiedzę Pawłowskiego – erudyty i światowca, który prowadził z nią długie rozmowy. Może były to zwierzenia z przeżytych ciężkich czasów. Andrzej był troskliwym synem, mężem i ojcem. Miał piękną, mądrą, dobrze wykształconą i skromną żonę Mirosławę, która ukończyła studia mikrobiologiczne na Uniwersytecie Łódzkim w 1978 r. Po studiach pracowała najpierw w katedrze towaroznawstwa, a później marketingu Akademii Ekonomicznej w Katowicach. Tu się doktoryzowała z towaroznawstwa. Całe życie oddała rodzinie: Andrzejowi, swoim dzieciom i matce Andrzeja. Ślub odbył się 29 czerwca 1969 r. Do jubileuszu złotych godów zabrakło zaledwie 39 dni. Andrzej pamiętał o żonie i ze swych licznych podróży przywoził jej zawsze jakieś prezent – słoiczek utartej róży albo inny drobiazg. Była znacznie młodsza od niego i czasem żartobliwie mówił, że kiedyś będzie go wozila na wózku inwalidzkim; szlachetna prostolinijnością i cicha wielkością. Szczęśliwe chwile upływały im przy wspólnej wieczornej herbacie. Zawołanie „Chwilo trwaj!” jest przywoływaniem nieskończoności szczęśliwej *Si vis amari – ama*, „Jeśli chcesz być kochanym – kochaj!”. Mieli dwoje dzieci: syn jest dziś nauczycielem akademickim, a córka zajmuje ważną pozycję naukową we Francji.

Środowisko ekonometryków i statystyków polskich na przełomie lat sześćdziesiątych i siedemdziesiątych było grupą solidarną i spójną zarówno pod względem naukowym, jak i towarzyskim. Było w tym gronie kilka wybitnych postaci, nieprzeciętnych indywidualności, ludzi renesansu, z wrodzonym talentem, o szerokich horyzontach i wielkim umyśle. Andrzej Barczak był człowiekiem trzymającym się starej zasady *ne cede malis*. Uczony szuka prawdy, a nie blasku i sławy. *Amicus Plato, sed magis amica veritas* – „Platon jest przyjacielem, lecz większą przyjaciółką jest prawda”. Ta zasada Arystotelesa była również regułą Andrzeja. Cechował się prawdomównością, rzetelnością w badaniach i pokorą. Nikt nie jest prorokiem we własnym kraju, a jednak zdarzają się wyjątki. Profesor Barczak był zakochany w swej małej ojczyźnie – polskim zagłębiu węglowym i metalowym – był tam powszechnie szanowany, a jego opinie służyły dobru regionu.

Dobre obyczaje wyniesione z domu propagował w środowisku naukowym. Był wielką indywidualnością śląskiej społeczności i polskich ekonometryków. Inicjował i organizował sympozja i konferencje poświęcone regionowi śląskiemu. Zabierał publicznie głos we wszystkich ważnych dla Śląska sprawach; zasiadał w radach nadzorczych wiodących firm, i doradzał wojewodzie; był rotarianinem – członkiem ekskluzywnej międzynarodowej organizacji filantropijnej. Pewnie z tego powodu miejscowy hierarcha żartobliwie nazywał go masonem. Andrzej z dumą nosił w klapie odznakę klubową, a koledzy bardzo mu tego światowego zaszczytu zazdrościli. Lokalną odmianą rotarian jest klub Polski Południowej – Kraków, Katowice, Wrocław – organizujący rotacyjnie swego rodzaju konferencje.

Pisał tygodniowe felietony w prasie lokalnej, poruszając w nich ważne tematy: upadek uniwersytetów, taśmową produkcję prac magisterskich, brak uczciwości i gospodarności. Problem szkolnictwa wyższego porównywał z katastrofą globalnego ocieplenia i zmian klimatu. Felietony Andrzeja ukazywały się pod wspólnym tytułem *Żabia perspektywa*. W jednym z nich pisał o hazardzie moralnym, o wystawianiu dobrej opinii na ryzyko.

Profesor Barczak pełnił szereg ważnych funkcji akademickich. Długo pracował nad programami studiów ekonomicznych. Szczególnie dbał o matematykę i przedmioty pokrewne: statystykę, ekonometrię, badania operacyjne i logikę, uznając, że poziom nauki jest pochodną poziomu matematyki. Matematyka jest przecież nauką o świecie fizycznym, tyle że w abstrakcyjnej, uniwersalnej formie. Izomorfizm jest istotą nauki i dydaktyki. Jednoczy modele w teorię. Matematyka nieprzypadkowo jest nazywana królową nauk. Kontynuował zainicjowane przez Pawłowskiego studia nad makromodelami i planowaniem gospodarczym. W Katedrze Ekonometrii Wyższej Szkoły Ekonomicznej w Katowicach była podręczna biblioteka, na której półkach Pawłowski gromadził literaturę obowiązującą pracowników. Wśród czasopism i książek znalazły się *Zastosowania Matematyki* oraz *Przegląd Statystyczny*. To właśnie lektura *Zastosowań Matematyki* dała Andrzejowi bardzo dobrą znajomość prac Steinhausa.

Słynął z szerokiego wykształcenia ogólnego i francuskiej kultury kulinarnej; stanowił niewyczerpane źródło pomysłów. Lubił kofeinę i nikotynę. Był człowiekiem spełnionym. Należał do pasjonatów, szczególnie lubił muzykę i turystykę górską. Bywał często na koncertach w Filharmonii Śląskiej zaliczanej do najlepszych polskich instytucji muzycznych. Arbiter elegancji – w całym tego słowa znaczeniu. Cenił rzeczy porządne – z najwyższej półki – lubił ładne przedmioty oraz markowe zegarki i samochody. Jako jedyny w środowisku ekonometrycznym na lepsze okazje wkładał smoking i lakierki; nosił włosy spięte gumką w długi ogonek, których nigdy nie strzygł. W ostatnich latach wrócił do natury, swoją miłość do przyrody skupiając na ogrodzie działkowym. Bujność uprawianych tam kwiatów przynosiła mu wielką radość.

Znał się na winach; często bywał we Włoszech i wysoko cenił wina toskańskie. Lubił dyskutować o markowych trunkach, zgodnie z przekonaniem, że degustacja jest nauką, a rozmowa – sztuką. W młodości był dobrze zapowiadającym się florecistą. Kochał polskie góry i Alpy, był niezrównanym przewodnikiem po zakopiańskiej nekropolii – cmentarzu na Pęksowym Brzyzku. W czasie zakopiańskich konferencji Aleksandra Zeliasia odwiedzał w towarzystwie słynącą z wybornych lodów kawiarnię przy Krupówkach.

Kolekcjonował mosiężne, spiżowe i porcelanowe dzwonki. Alpejskie krowy noszą dzwonki na szyjach w celu rozpoznania właściciela. Dzwonkami nazywa się rośliny górskie o fioletowych kwiatach kłoszowego kształtu. Luksus, którym lubił się otaczać, kompensować miał trudne życie podczas wojny i zaraz po wojnie. Pochodził z rodziny robotniczej. Ojciec zmarł w 1945 r., gdy Andrzej liczył zaledwie sześć lat. By pomóc matce w utrzymaniu domu, już jako dziecko sprzedawał na targu papierosy. Palił, by zwrócić uwagę na jakość towaru. Dziecko zaciągało się dymem nikotynowym dla reklamy, w czasie, gdy o marketingu nie było mowy. W szkole dawał lekcje matematyki słabszym kolegom. Celem nauki jest piękno i doskonałość – nic więcej. Optyka Andrzeja była swoista; z jego miejsca widać lepiej, ostrzej. W swoich felietonach zatrzymywał obrazy, na które inaczej nie zwrócono by uwagi. Karl Mannheim, twórca socjologii wiedzy, wprowadził do teorii poznania pojęcie perspektywizmu. Socjologia jest nauką uwarunkowaną środowiskiem, perspektywą rodzinną i szkolną uczonego; poglądy grupy, do której się należy, determinują rzeczywistość. Miejsce urodzenia i wychowanie wpływają na kształt świadomości; od tych czynników nie możemy się w żaden sposób uwolnić. Felietony Andrzeja Barczaka niewątpliwie nawiązywały do teorii Mannheim'a. Perspektywiczne spojrzenie to dobra zasada badawcza.

Był doktorem honorowym Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, otrzymał liczne odznaczenia, wyróżnienia, medale i ordery, był członkiem wielu stowarzyszeń naukowych. Nie należał do PZPR. Myśl przewodnią drogi życiowej Andrzeja głosiła, że celem nauki jest doskonałość, nie prawda, lecz właśnie doskonałość. Jednakowoż nie ma doskonałości bez prawdy; to, co doskonałe,

musi być z konieczności prawdziwe. Prawa nauki to abstrakty odnoszące się do idealnej natury – przyroda jest zawsze zdeformowana. Prawda Arystotelesa trwa tylko chwilę, prawda naukowa – wiecznie. W doskonałości jest prawda; bez prawdy nie może być doskonałości. Poszczególne elementy przyrody są skażone niedoskonałością, ale całość szczydzi się doskonałą harmonią i pięknem. Tak jest z liśćmi drzewa, tak jest z gatunkami zwierząt, tak jest z każdym człowiekiem. W niedoskonałości tkwi piękno i doskonałość. Gdyby wszystkie kamienie były idealnie kuliste, świat byłby drażniący i monotony. W różnorodności znaleźć można spokój i piękno. Zrobił wiele dobrego dla swej małej ojczyzny i uczelni. Postępował bezinteresownie. Umiar jest cnotą. Przy dzieleniu pamiętaj o bliźnim, nie bierz wszystkiego dla siebie. Andrzej żył i pozwalał żyć innym. Napisał wiele recenzji prac doktorskich, rozpraw habilitacyjnych i książek profesorskich. Znacznie przyczynił się do rozwoju kadry naukowej.

Potrafił się z siebie śmiać. Na pewnym śląskim spotkaniu, a było to w 2017 r., gdy żarła go już straszna choroba, dziennikarz zapowiedział jego wystąpienie słowami: „teraz zabierze głos znany katowicki tetryk, przepraszam ekonometryk, profesor Andrzej Barczak”.

Zaproszony przez prof. Józefa Hozerę na konferencję mikroekonometryczną do Świnoujścia, wymówił się brakiem czasu. W dniach konferencji trafił jednakowoż do Świnoujścia. Spotkał go tam profesor Hozer. „Wpadłem, by odwiedzić żonę w sanatorium” – powiedział. „Wpadł jak śliwka w kompot” – skwitował jego usprawiedliwienie Hozer.

W młodości został przyjęty na dłuższą rozmowę przez Tadeusza Kotarbińskiego. Prezes Polskiej Akademii Nauk dał mu rady, których później trzymał się przez całe życie. Nauka jest powołaniem, podobnie jak kapłaństwo, a szczerłość, obiektywność i prawda są jedynymi obowiązującymi zasadami. Był zwolennikiem brzytwy Ockhama – nie mnożył bytów bez potrzeby.

W 2018 r. odbyło się uroczyste odnowienie jego doktoratu. Był to drugi ważny jubileusz w jego życiu. Pierwszy jubileusz obchodził w 2014 r., gdy Katowice, Kraków i Wrocław świętowały 50-lecie głośnych konferencji Polski Południowej. On był jednym z czworga żyjących uczestników pierwszej z nich. Trzeciego jubileuszu – złotych godów małżeńskich – już nie doczekał. Ciało umiera – idea trwa. Pamięć dobrze przeżytego życia jest wieczna.

”[...] Memoria bene redditae vitae sempiterna” (Cicero, 1913, s. 32).

LITERATURA

- Cicero, M. T. (1913). *In M. Antonium oratio Philippica XIV*. W: M. T. Cicero, *Orationes selectae*, C.F.W. Mueller (red.). Lipsiae: Aedibus B.G. Teubneri.
- Pol, W. (1919). *Pieśń o ziemi naszej*. Kraków: Oficyna Gebethnera i Wolfa.
- Smoluk, A. (2016). *Siedmiu z ekonometrii*. Wrocław: Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu.

Sprawozdanie z II Kongresu Statystyki Polskiej

Czesław DOMAŃSKI¹

Między 10 a 12 lipca 2018 r. obradował w Warszawie II Kongres Statystyki Polskiej zorganizowany przez Główny Urząd Statystyczny (GUS) i Polskie Towarzystwo Statystyczne (PTS), z okazji stulecia powołania GUS.

Ta edycja była kontynuacją I Kongresu, który odbył się 18–20 kwietnia 2012 r. w Poznaniu, w setną rocznicę powołania PTS, jednego z najstarszych stowarzyszeń statystycznych na świecie.

II Kongres był wydarzeniem o międzynarodowej randze, nad którym honorowy patronat objął prezydent Rzeczypospolitej Polskiej Andrzej Duda.

Program Kongresu obejmował 10 sesji tematycznych, które były poświęcone m.in. statystyce polskiej na arenie międzynarodowej oraz wyzwaniom statystyki społecznej, gospodarczej i regionalnej. Metodologia badań statystycznych została szeroko zaprezentowana w zakresie statystyki matematycznej, metody reprezentacyjnej, statystyki małych obszarów oraz analizy i klasyfikacji danych.

Organizacji poszczególnych sesji i paneli podjęli się polscy statystycy uznani i cenieni w kraju oraz za granicą:

- statystyka matematyczna – prof. Mirosław Krzyśko;
- metoda reprezentacyjna i statystyka małych obszarów – prof. Janusz Wywiół;
- statystyka ludności – prof. Józefina Hrynkiewicz, prof. Irena Kotowska i dr hab. Elżbieta Gołata;
- statystyka społeczna – prof. Tomasz Panek;
- statystyka gospodarcza – prof. Waldemar Tarczyński i prof. Eugeniusz Gatnar;
- statystyka regionalna – prof. Tadeusz Borys i dr hab. Małgorzata Markowska;
- analiza i klasyfikacja danych – profesorowie: Józef Pocięcha, Krzysztof Jajuga i Marek Walesiak;
- dane statystyczne – prof. Mirosław Szreder;
- statystyka polska na arenie międzynarodowej i 25-lecie „Statistics in Transition” – prof. Włodzimierz Okrasa;
- historia statystyki polskiej – prof. Czesław Domański i dr hab. Dariusz Chojecki.

Pierwszy dzień Kongresu otworzyły cztery wystąpienia: prezesa GUS, dra Dominika Rozkruta (*100 lat Głównego Urzędu Statystycznego. Historia i perspektywy na przyszłość*), Prezesa PTS prof. Czesława Domańskiego (*Rola środowiska naukowego w procesie kształtowania statystyki publicznej*), prof. Stanisławy Bartosiewicz (*Trzy po trzy o początkach statystyki ludnościowej II Rzeczypospolitej*) oraz gościa honorowego – prof. Grahama Kaltona z referatem *The Past, Present, and Future of Social Surveys*.

¹ Uniwersytet Łódzki, Wydział Ekonomiczno-Socjologiczny, Katedra Metod Statystycznych, ul. Rewolucji 1905 r. nr 41/43, 90-214 Łódź.

Podczas uroczystego otwarcia Kongresu Przewodniczący Kapituły Medalu im. Jerzego Sławy Nejmana prof. Włodzimierz Okrasa przedstawił sylwetki i osiągnięcia statystyków, którzy zostali uhonorowani medalem. Wyróżnienie to otrzymali profesorowie:

- Maria Huškova z Uniwersytetu im. Karola w Pradze;
- Carl-Erik Särndal ze Szwedzkiego Urzędu Statystycznego;
- Czesław Domański z Uniwersytetu Łódzkiego;
- Jan Kordos z Wyższej Szkoły Menedżerskiej w Warszawie;
- Mirosław Krzyśko z Uniwersytetu im. Adama Mickiewicza w Poznaniu.

Poniżej przedstawiamy szczegółowy przegląd sesji naukowych.

W ramach sesji *Statystyka matematyczna* zostały wygłoszone następujące referaty:

- Marie Hušková: *Two-sample and change-point procedures based on empirical characteristic functions in higher dimension*;
- Mirosław Pawlak: *Nearest Neighbor Methods for Time Series*;
- Roman Zmyślony: *Testowanie hipotez dotyczących struktury parametrów w modelach z blokowo symetryczną macierzą kowariancji*;
- Tomasz Górecki, Mirosław Krzyśko i Waldemar Wołyński: *Wybór zmiennych w klasyfikacji wielowymiarowych danych funkcjonalnych*;
- Łukasz Smaga: *Testy dla dwóch prób zależnych danych funkcjonalnych*;
- Jacek Leśkow: *Niestacjonarne szeregi czasowe i podejście funkcjonalne*;
- Janusz L. Wywiół: *Wykorzystanie mieszanki dwóch rozkładów gamma w audycie finansowym*;
- Łukasz Goczek: *Estymacja dynamicznych paneli o zróżnicowanych jednostkach obserwacyjnych*.

W sesji *Metoda reprezentacyjna i statystyka małych obszarów* przedstawiono referaty:

- Yves Tillé: *Spatially balanced sampling: state of the art*;
- Tomasz Bąk: *Spatial sampling modified by model use*;
- Tomasz Stachurski: *On direct and indirect median estimators in survey sampling*;
- Ralf Münnich: *Recent advances in calibration and coherent estimation*;
- Tomasz Żądło: *On testing hypotheses in case of small sample size*;
- Alina Jędrzejczak i Jan Kubacki: *Small area estimation of income using spatio-temporal models*;
- Barbara Kowalczyk i Robert Wieczorkowski: *Indirect questioning about sensitive features – On modified Poisson and negative binomial item count techniques*;
- Jacek Wesołowski: *Neyman type allocation in domains through basics of linear algebra*;

- Wojciech Gamrot: *Surveying populations when individual sampling costs are not homogenous*;
- Bartłomiej Janusz: *Effectiveness and reliability of sampling strategies using additional information for stratification, applied in auditing – results of simulation study*;
- Łukasz Wawrowski: *Indirect estimation of poverty at a local level in Poland*;
- Małgorzata Krzciuk: *On verification of a superpopulation model*;
- Tomasz Józefowski, Tomasz Klimanek i Marcin Szymkowiak: *Use of SPREE estimation to estimate the number of unemployed*;
- Iwona Foryś i Mirosław Górski: *Statistical study of the impact of real estate market determinants the level of development of real estate leasing in Poland*;

Sesja *Statystyka ludności* obejmowała następujące referaty:

- Elżbieta Gołata: *Spis ludności wobec wyzwań demograficznych i społecznych*;
- Dorota Szaltys, Piotr Filip i Gabriela Nowakowska: *Parentyzacja – nowe źródła i metody oszacowania liczby i struktury rodzin w Polsce*;
- Mikołaj Szołtysek: *Staropolskie spisy ludności i ich wkład do demografii historycznej*;
- Irena E. Kotowska i Jolanta Kurkiewicz: *Dane o ludności i procesach ludnościowych z perspektywy ewolucji badań demograficznych*;
- Anna Matysiak i Daniele Vignoli: *Czy dokonuje się zmiana związku między wykształceniem a urodzeniem drugiego dziecka? Analiza porównawcza poziomu płodności i kalendarza urodzeń w wybranych krajach europejskich*;
- Iza Chmielewska, Grzegorz Dobroczek i Paweł Strzelecki: *Rola badań ankietowych imigrantów w uzupełnieniu wiedzy na temat wpływu przepływów migracyjnych na rynek pracy i bilans płatniczy Polski*;
- Magdalena Mojsiewicz: *Potencjał zasobów ludzkich dla nauki i techniki w Polsce*;
- Teresa Słaby, Olga Komorowska i Arkadiusz Kozłowski: *Analiza porównawcza zjawiska ubóstwa w rodzinach z dzieckiem z niepełnosprawnością i w rodzinach z dziećmi bez niepełnosprawności*;
- Piotr Filip i Joanna Stańczak: *Zmiany demograficzne w gminach przygranicznych przy zewnętrznej granicy Unii Europejskiej na terenie Polski w latach 2000–2017 oraz w perspektywie do 2030 r.*;
- Piotr Szukalski: *Statystyka umieralności*;
- Wojciech Sadłoń: *Demografia religijna Polski*.

W sesji *Statystyka społeczna* prezentowano referaty:

- Stanisław Maciej Kot: *Random equivalence scale: toward a new paradigm*;
- Joanna Tyrowicz i Magdalena Smyk: *Wage inequality and structural change*;
- Tomasz Panek i Jan Zwierzchowski: *Application of capability approach to quality of life measurement in Poland*;

- Marek Kośny: *Zaradność ekonomiczna – próba definicji i modelowanie*;
- Adam Szulc: *Polityka społeczna w Polsce w kontekście ubóstwa monetarnego i wielowymiarowego*;
- Joanna Landmesser: *Porównanie różnic w rozkładach dochodów dla mężczyzn i kobiet w wybranych krajach Unii Europejskiej*;
- Anna Szukielojć-Bieńkuńska i Tomasz Piasecki: *Problem porównywalności i interpretacji subiektywnych ocen jakości życia mierzonych przy użyciu różnych skal pomiarowych*;
- Józef Dziechciarz i Marta Dziechciarz-Duda: *Pomiar materialnego dobrostanu gospodarstw domowych. Wybrane problemy*;
- Jolanta Perek-Białas: *Wskaźnik aktywnego starzenia się – doświadczenia polskie*;
- Jacek Liwiński: *Wpływ reformy edukacji z 1999 roku na zarobki*;
- Anna Jasiówka: *Przeszczepianie narządów w badaniach statystyki publicznej*;
- Karol Andrzejczak i Marta Pawłowska: *Badanie częstotliwości występowania konfliktów towarzyszących sukcesji w przedsiębiorstwach rodzinnych w ocenie sukcesorów i nestorów*;
- Paweł Ulman: *Niepełnosprawność w badaniach statystyki publicznej. Zasoby informacyjne*;
- Agnieszka Sompolska-Rzechuła: *Jakość życia mieszkańców wsi i miast w ujęciu regionalnym na przykładzie województwa zachodniopomorskiego*;
- Dominik Śliwicki: *Wykorzystanie rejestrów administracyjnych w badaniach rynku pracy*;
- Marian Kasperski: *Statystyka społeczna a badania opinii w obszarze nauk społecznych na użytek prac kwalifikacyjnych*;
- Hanna Dudek: *Ekonometryczne aspekty modelowania liczby symptomów materialnej deprawacji*;
- Maja Rynko i Marta Palczyńska: *The quality of ICT skills indicators*.

Referaty w sesji *Statystyka gospodarcza* przedstawiały się następująco:

- Józef Sobota: *Aktywność Banku Centralnego w obszarze badań statystyki*;
- Iwona Markowicz, Paweł Baran i Barbara Jamnicka: *System Intrastat jako źródło danych o obrocie towarowym między krajami unijnymi*;
- Dariusz Kotlewski i Mirosław Błażej: *Rachunek produktywności KLEMS dla gospodarki polskiej – metodologia, implementacja i wstępna interpretacja wyników*;
- Jacek Kotłowski: *Czy w małej otwartej gospodarce luka popytowa wpływa na inflację?*;
- Aleksandra Hałka: *Obciążenie wskaźnika CPI dla Polski z tytułu substytucji*;
- Jacek Białek: *Aproksymacje cenowego indeksu Fishera*;
- Christian Lis: *Znaczenie danych statystycznych w analizach kosztów – korzyści dla projektów inwestycyjnych w infrastrukturę transportową*;

- Ilona Błaszczak-Przybycińska i Marta Marszałek: *Rachunek produkcji domowej w systemie statystyki społecznej*;
- Aldona Standar: *Użyteczność metod statystycznych w szacowaniu ryzyka finansowego działalności gmin na przykładzie ryzyka nadmiernego zadłużenia*. W sesji *Statystyka regionalna* przedstawiono referaty:
- Tadeusz Borys: *Statystyka regionalna w kontekście różnych podziałów statystyki – wprowadzenie do sesji*;
- Dominik Rozkrut: *Problemy obserwacji statystycznej i pomiaru aktywności innowacyjnej przedsiębiorstw w układzie regionalnym*;
- Dominika Rogalińska: *Ku statystyce przestrzennej. Kierunki i perspektywy rozwoju badań regionalnych*;
- Tomasz Potkański: *Problemy i doświadczenia budowy systemu monitoringu usług publicznych (SMUP) w różnych układach przestrzennych*;
- Dorota Wyszowska: *Zróżnicowanie regionalne potencjału inwestycyjnego jednostek samorządu terytorialnego w Polsce*;
- Beata Bal-Domańska i Elżbieta Stańczyk: *Zrównoważony rozwój województw w świetle badań statystycznych*;
- Jacek Batóg i Barbara Batóg: *Statystyczna analiza regionalnej efektywności inwestycji*;
- Marek Cierpiat-Wolan: *Zróżnicowanie poziomu rozwoju obszarów transgranicznych Polski, Słowacji i Ukrainy – czynniki progresji i peryferyzacji*;
- Beata Bieszk-Stolorz i Krzysztof Dmytrów: *Grupowanie województw według efektywności form aktywizacji zawodowej w latach 2008–2016*;
- Dorota Doniec: *Rola i znaczenie rachunków regionalnych w systemie statystycznym*;
- Artur Myna: *Regionalna polityka miejska ze szczególnym uwzględnieniem rozwoju terenów mieszkaniowych*;
- Mariola Zalewska: *Efektywność systemu ochrony zdrowia w podregionach Polski z uwzględnieniem czynnika innowacyjności*;
- Jakub Hadyński i Dagmara Kubska-Matysiak: *Regionalne zróżnicowanie aktywności podmiotów publicznych w zakresie rozwiązywania problemów społecznych*;
- Barbara Batóg i Katarzyna Wawrzyniak: *Analiza porównawcza regionalnych zmian w sektorowej strukturze pracujących w Polsce w latach 2010–2016*;
- Katarzyna Kopczewska: *Miary koncentracji sektorowej w ujęciu regionalnym: przegląd porównawczy i ocena oparta na symulacji Monte Carlo*;
- Marek Pieniążek: *Zróżnicowanie i ewolucja systemów monitorowania. Od baz danych regionalnych do systemów kompleksowych*;
- Michał Kudłacz: *Zjawisko urban sprawl w województwie małopolskim. Przyczyny, kierunki rozwoju, remedia*;
- Romana Głowicka-Wołoszyn i Agnieszka Kozera: *Ocena zjawiska zadłużenia metropolii w Polsce z wykorzystaniem metod taksonomii relatywnej*;

- Agnieszka Tłuczak: *Miary globalne i lokalne zależności przestrzennych w analizie różnicowania rozwoju regionalnego*;
- Mariola Chrzanowska i Nina Drejerska: *Wybrane aspekty dojazdów do pracy w sąsiedztwie Warszawy*.
Sesja *Analiza i klasyfikacja danych* obejmowała referaty:
- Viera Pacáková: *Multidimensional statistical analysis of health data as a tool for high information value added*;
- Andrzej Sokołowski i Małgorzata Markowska: *Methodological and practical issues in rankings of regions*;
- Sławomir Śmiech i Monika Papież: *Sources of economic uncertainty in the European Union countries*;
- Grażyna Dehnel i Marek Walesiak: *Analiza porównawcza efektywności ekonomicznej średnich przedsiębiorstw przemysłowych powiatów województwa wielkopolskiego w podejściu hybrydowym dla danych metrycznych oraz symbolicznych interwałowych*;
- Katarzyna Kopczewska: *Indeks przestrzennej aglomeracji SPAG – możliwości analityczne na przykładzie danych dla Polski*;
- Artur Mikulec: *Synteza wyników kohortowych i przekrojowych tablic trwania przedsiębiorstw województwa łódzkiego*;
- Piotr Zaskórski, Katarzyna Pawlak-Kołodziejska i Jacek Woźniak: *Wybrane determinanty działalności przedsiębiorstw na rynku NewConnect w Polsce w aspekcie zastosowania technologii teleinformatycznych*;
- Wojciech Roszka: *Syntetyczne zbiory danych w statystyce małych obszarów*;
- Maciej Nasiński, Paulina Broniatowska i Aleksandra Majchrowska: *Starzenie się społeczeństwa a płace. Wykorzystanie ujednoczonych danych o wynagrodzeniach*.

W sesji *Dane statystyczne* prezentowane były referaty:

- Jerzy Auksztol: *Wyzwania stojące przed statystyką publiczną w zakresie pozyskiwania danych źródłowych*;
- Grażyna Dehnel i Elżbieta Gołata: *Problemy estymacji aktywności ekonomicznej osób niepełnosprawnych*;
- Jan Kordos: *Innowacje w statystyce w stulecie Głównego Urzędu Statystycznego*;
- Mirosław Szreder: *Badania reprezentacyjne w świetle nowych możliwości określanych mianem big data*;
- Jerzy Witold Wiśniewski: *Statystyczne potrzeby informacyjne małego przedsiębiorstwa*;
- Andrzej Młodak: *Wykorzystanie metody TOPSIS w ocenie efektywności kontroli ujawniania mikrodanych*;
- Maciej Beręsewicz i Marcin Szymkowiak: *Metody redukcji obciążenia estymatorów w badaniach wykorzystujących big data*;

- Kamila Migdal-Najman i Krzysztof Najman: *Model imputacji braków danych oparty na hybrydowej sieci neuronowej w analizie big data*;
- Paweł Strawiński i Dorota Celińska: *Łączenie danych w celu szacowania premii płacowej z tytułu ryzyka zawodowego*.

Sesja *Statystyka polska na arenie międzynarodowej i 25-lecie „Statistics in Transition”* składała się z następujących wystąpień:

- Misha Belkindas – keynote speaker: *The Role and Influence of GUS and “Transition” in the International Statistical System*;
- Jānis Lapiņš i Edmunds Vaskis: *Restart of household statistical surveys in Latvia and development of international cooperation with Polish statisticians or equipped with a GUS fishing rod towards new catches in statistical sample surveys*;
- Andrzej Ochocki: *Designing household surveys in Poland, Latvia, Lithuania and Moldova (1992–1997)*;
- Jan Kordos: *“International Statistical Conferences and Sessions organized in Poland – 25 years of “Statistics in Transition”*;
- Tomasz Józefowski, Tomasz Klimanek, Andrzej Młodak i Marcin Szymkowiak: *International cooperation of the Centre for Small Area Estimation at the Statistical Office in Poznan and its contribution in the development of Polish statistics*;
- Krzysztof Zagórski: *Social indicators and measures of socioeconomic development*;
- Renata Bielak: *Statistics on the challenges of sustainable development*;
- Oleksandr Osaulenko i Vadym Pishcheiko: *Ukrainian-Polish Cooperation in the Field Transborder Statistics*;
- Grażyna Trzpiot: *International cooperation of users and producers of public statistics*;
- Marek Cierpiat-Wolan: *The Polish public statistics’ contribution to creation of research infrastructure for transborder area studies*.

W sesji *Historia statystyki polskiej* prezentowane były następujące referaty:

- Jerzy Kowaleski: *Jan Długosz – polski prekursor państwowznawstwa*;
- Cezary Kukło: *U początków statystyki w czasach Rzeczypospolitej szlacheckiej i Księstwa Warszawskiego*;
- Czesław Domański: *Towarzystwa Naukowe w drodze ku statystyce publicznej*;
- Cecylia Leszczyńska: *Statystyka ludnościowa II Rzeczypospolitej: instytucje, ludzie, źródła, procesy*;
- Józef Pocięcha: *Statystyczny obraz ziem polskich w przededniu pierwszej wojny światowej*;
- Konrad Wnęk: *Statystyka w Galicji w dobie autonomicznej i jej wpływ na działalność GUS w czasie II Rzeczypospolitej*;

- Bożena Łazowska: *Współpraca GUS z Instytutem Gospodarstwa Społecznego w badaniach społecznych*;
- Agnieszka Piotrowska-Piątek, Małgorzata Sobieraj: *56 lat Urzędu Statystycznego w Kielcach – urząd w percepcji wybranych interesariuszy*;
- Walenty Ostasiewicz: *O przecinających się ścieżkach myślenia statystycznego (z perspektywy historycznej)*;
- Jan Berger: *Utworzenie Warszawskiego Komitetu Statystycznego w 1887 r.*;
- Emilia Andrzejczak i Marta Jankowska: *Edukacja statystyczna – od historii do nowoczesności*;
- Elżbieta Stańczyk: *Przestrzenne zróżnicowanie przemian ludnościowych oraz spadku płodności kobiet w Polsce międzywojennej w świetle badań GUS*.

Równoległe do sesji tematycznych odbyły się dwie sesje plakatowe. Na sesję plakatową *Edukacje statystyczne od historii do nowoczesności* złożyły się następujące prezentacje:

- Emilia Andrzejczak: *Olimpiada Statystyczna*;
- Marta Jankowska: *Europejski Konkurs Statystyczny*;
- Marta Jankowska, Barbara Lech-Zakrzewska i Beata Zawistowska: *Gry edukacyjne i Hackathon (Statmisja, TapTheMap)*;
- Beata Zawistowska i Marta Jankowska: *Noc muzeów*;
- Katarzyna Walczuk: *Statystyka bez barier*;
- Emilia Andrzejczak i Marta Jankowska: *16 inicjatyw edukacyjnych urzędów statystycznych*.

Druga sesja plakatowa zawierała następujące prezentacje:

- Katarzyna Cheba i Iwona Bąk: *Zrównoważona konkurencyjność gospodarki – od koncepcji do pomiaru*;
- Piotr Łysoń: *Koncepcja otoczenia jednostek administracyjnych w analizach zróżnicowań terytorialnych (na przykładzie powiatów)*;
- Andrzej Bąkowski, Agnieszka Piotrowska-Piątek i Małgorzata Sobieraj: *Niedobór wykwalifikowanych pracowników jako bariera rozwoju małych przedsiębiorstw w Polsce. Wyniki „Badania podmiotów małych”*;
- Krzysztof Łobos i Elżbieta Stańczyk: *Uwarunkowania rozwoju przedsiębiorczości w sektorze MŚP – wybrane różnice regionalne*;
- Piotr Wójcik: *Więcej światła na zróżnicowanie rozwoju ekonomicznego na poziomie lokalnym w Polsce*;
- Sylwia Filas-Przybył i Dorota Stachowiak: *Zróżnicowanie struktury wieku ludności polskich miast*;
- Monika Stanny i Łukasz Komorowski: *Ewolucja struktury wieku ludności wiejskiej w procesie przejścia demograficznego. Dynamika czasowa i przestrzenna*;
- Beata Bal-Domańska: *Rewitalizacja w gminach w latach 2015 i 2016 w świetle badań ankietowych*;

- Patryk Barszcz: *Statistics in Transition new series. An International Journal of the Polish Statistical Association*;
- Aleksandra Matuszewska-Janica: *Klasyfikacja państw UE ze względu na powody podejmowania pracy przez kobiety w niepełnym wymiarze czasu*;
- Kamil Wilak: *Bezrobocie pozorne i bierne w Polsce*.

Ponadto prof. Włodzimierz Okrasa zorganizował sesję specjalną *The Role of International Journal in the Advancement of Statistics – A Place for Statistics in Transition* z udziałem rady redakcyjnej „Statistics in Transition new series”.

W trzecim dniu Kongresu – z okazji 100-lecia powołania GUS 12 lipca 1918 r. – prezydent RP Andrzej Duda nadał odznaczenia pracownikom statystyki publicznej. W jego imieniu aktu dekoracji dokonała minister Halina Szymańska.

Prezydent, który nie mógł uczestniczyć w Kongresie osobiście ze względu na trwający w tym dniu szczyt NATO w Brukseli, przesłał list gratulacyjny do uczestników ceremonii. Fragmenty listu Pana Prezydenta odczytała minister Halina Szymańska:

(...) GUS stał się jednym z najwcześniej powołanych urzędów państwowych na drodze Polaków do niepodległości. Od 1918 r. funkcjonuje pod niezmienioną nazwą, wypełniając te same, bardzo istotne zadania publiczne. Dla wszystkich, którzy są współtwórcami dorobku tej zasłużonej instytucji, piękne tradycje GUS to wielki powód do dumy i chluby. (...) Z okazji jubileuszu stulecia Urzędu składam Państwu najlepsze gratulacje, życzenia pomyślności oraz wyrazy uznania dla pełnionej przez Państwa misji publicznej.

Odczytany został również list do zgromadzonych od Premiera RP Mateusza Morawieckiego. W dalszej części uroczystości w Pałacu Prezydenckim odbyło się seminarium naukowe *100 lat GUS. Historia i perspektywy na przyszłość*.

Na zakończenie Kongresu prof. Carl-Erik Särndal ze szwedzkiego urzędu statystycznego wygłosił referat *Influential lines of development in recent decades for Survey Statistics theory and practice*.

W czasie II Kongresu Statystyki Polskiej w 32 sesjach przedstawiono łącznie 121 referatów z udziałem około 500 uczestników zarówno z kraju, jak i zagranicy.